FEDERIGO ENRIQUES

PER
LA STORIA DELLA LOGICA

I PRINCIPII E L'ORDINE DELLA SCIENZA NEL CONCETTO DEI PENSATORI MATEMATICI





BOLOGNA
NICOLA ZANICHELLI
EDITORE





I.

LA LOGICA DEGLI ANTICHI

1. Le matematiche e l'origine della logica. — Coloro che s'immergono nella dialettica, dice Aristone di Chio, fanno come i mangiatori di gamberi: per un boccone di polpa perdono il loro tempo sopra un mucchio di scaglie. Ma W. Hamilton, riportando il motto (1), vi aggiunge un'osservazione che non sembra aver perduto valore ai nostri giorni: da noi, dice, lo studente di logica perde il tempo senza nemmeno gustare un boccone di polpa.

Infatti il giovane matematico che ha percorso gli studi classici, domanderebbe invano alla logica che gli fu insegnata, un concetto adeguato di quello che è l'ordinamento di una scienza deduttiva come la geometria, nonchè una spiegazione del significato e del valore dei principî che s'incontrano in tale scienza. Che cosa sono definizioni, assiomi, postulati? che posto occupano nell'organismo della teoria? quali sono i criterî che presiedono alla loro scelta o che permettono di

(1) *Rivista d'Edimburgo*, 1833.

giudicare della loro accettabilità? Tutte queste domande rimangono senza risposta, pel nostro studente, se pure ad esse si alluse vagamente da qualche oscura dottrina del concetto; certo esse non ricevono lume dalle minute classificazioni sillogistiche, per mezzo delle quali egli vien abilitato, quando mai, a verificare ciò che non ha alcun bisogno di verifica, cioè la coerenza formale delle dimostrazioni geometriche.

Ora è essenziale rilevare che il matematico, ponendosi il problema dell'ordinamento della propria disciplina, si ritrova in faccia alla logica nella posizione stessa dei pensatori che hanno lavorato a costruirne l'edifizio, giacchè lo sviluppo della scienza del ragionamento procede appunto dalla critica dei matematici o di filosofi che hanno riflettuto intorno alla natura e all'ordine delle verità matematiche.

Come padre della logica viene designato Aristotele; ma egli non può essere ritenuto se non raccoglitore e sistematore di ciò che — in questo campo — fu elaborato prima di lui, qualunque sia il contributo originale che può aver recato al sistema ([1]). L'affermazione precedente apparirà tosto giustificata quando si ricordi:

1) Che le matematiche avevano raggiunto, già all'epoca di Platone, uno sviluppo assai elevato,

([1]) Il vanto che Aristotele dà a sè stesso (al termine degli Elenchi Sophistici) di aver creato una nuova scienza, appare, a chi legga tutto il paragrafo, riferirsi alla scienza della discussione o dialettica in senso stretto, e ad ogni modo non prova nulla contro il nostro asserto.

giacchè — a partire da Ippocrate di Chio (circa 450 a C.) — si cominciò a scrivere trattazioni dei suoi Elementi.

2) Che anzi, proprio all'epoca di Platone, (cioè nella prima metà del 4° sec. a C.), ed in più o meno stretta connessione colla scuola del filosofo ateniese da cui pure è uscito Aristotele, alcune teorie matematiche furono oggetto di una profonda elaborazione critica (Eudosso, Teeteto...), che costituisce il precedente storico degli Elementi d'Euclide.

3) Che, d'altra parte, la dialettica aveva ricevuto uno straordinario sviluppo nelle discussioni dei Sofisti; sia presso i primi insegnanti salariati che presero tal nome, filosofi — come Protagora di Abdera — sostenitori dell'empirismo avverso il razionalismo metafisico delle scuola d'Elea; sia, più specialmente, presso i Megarici ed altri pensatori affini, che — in connessione coi circoli socratici — ripresero e svolsero in un senso formalistico le vedute eleatiche. La finezza di alcuni sofismi attribuiti a filosofi di questa scuola, basterebbe da sola a testimoniare della profondità dell'analisi da essi ragggiunta; di fronte a cui fanno talora meschina figura le spiegazioni o confutazioni d'Aristotele negli Elenchi Sophistici.

Aggiungasi che le stesse polemiche aristoteliche contro avversari non nominati (per esempio intorno alla necessità e al carattere dei principî negli Analytica posteriora, I, 3) valgono ad indicare che il problema logico dell'ordinamento di una scienza deduttiva era stato dibattuto secondo vedute diverse, alcune delle

quali si riveleranno — ad un esame approfondito — più vicine alle vedute moderne, in confronto a quelle adottate dal filosofo di Stagira.

I trattati d'Aristotele, che furono raccolti sotto il nome comprensivo di Organum, manifestano la doppia origine: dalla critica delle matematiche e dalla pratica delle discussioni. Infatti i primi due trattati (Cathegoriae e Herméneia o De Interpretatione) si riferiscono alla classificazione delle parole isolate e delle proposizioni, formando quasi una introduzione a tutta l'opera; i due successivi (Analytica priora e posteriora) svolgono appunto la logica come scienza, quale risulta dall'analisi del ragionamento matematico; invece i due ultimi (Topica ed Elenchi Sophistici) concernono l'arte dell'argomentare, mirante — non al vero — ma soltanto al probabile, in rapporto alla pratica della discussione. Aristotele ritiene per quest'arte il nome (eleatico-platonico) di « dialettica », mentre distingue col nome di « analitica » l'esame del procedimento della scienza dimostrativa, in cui dalla possibilità della scienza si desumono le condizioni del suo ordinamento (questo senso è stato ripreso da Kant in quella parte della « Critica della ragion pura » che costituisce la « Analitica trascendentale »). Il termine « logico » è usato dal Nostro per designare procedimenti discorsivi che, non partendo da principî, non hanno valore dimostrativo [1]. Ma questo termine s'incontra, già prima,

[1] Quest'osservazione è fatta da Prantl, *Geschichte der Logik*, vol. 1°, Lipsia, 1855, pag. 116, 336.

nel titolo di un'opera perduta di Democrito d'Abdera (460-360 a C.): περὶ λογικῶν ἢ κανών ([1]); e nella misura in cui si può ammettere che Aristotele ne abbia conservato il significato, rivelerebbe una diversa concezione (più relativa e formale) del ragionamento: la quale s'incontra di fatto dopo Aristotele, e specialmente presso gli Stoici. Ora questi filosofi appunto — a partire da Zenone Cizio (circa 340-265 a. C.) — designano come τὸ λογικόν ([2]) quella parte della filosofia che ha relazione al discorso, e che comprende questioni attinenti al ragionamento e questioni rettoriche o grammaticali; mentre la scuola contemporanea di Epicuro (341-270 a. C.) ha tratto sicuramente da Democrito il nome di « Canonica », con cui designa le regole del metodo. Siffatte osservazioni, tendono a mostrare che l'influenza della vasta opera aristotelica sui successori, non fu così esclusiva come di solito si ammette, e c'inviterà a ricercare in questi stessi successori il riflesso delle opinioni più antiche, ed in particolare di quelle del maestro d'Abdera ([3]). Ma di ciò più avanti.

Ora, per formarsi un concetto dell'origine della logica, sarebbe interessante di ricercare se e quali

([1]) Diels, *Die Fragmente der Vorsokratiker*: Dem. A 33, B. 10b.

([2]) Diog. Laert. VII, 55 (In Arnim, Diogenes, 16).

([3]) Aggiungeremo che Prantl (op. c. pag. 515, 561) opina che il nome proprio ἡ λογική, come appellativo della scienza del ragionamento, o come nome comprensivo di esso e della rettorica, s'introduca piuttosto dai tardi peripatetici che dagli stoici.

rapporti sieno interceduti fra la critica dei matematici e le sottili disquisizioni dei sofisti. Clairaut, per spiegare il rigore del ragionamento di Euclide, ha scritto (1) che « ce géomètre avait à convaincre des Sophistes obstinés qui se faisaient une gloire de se refuser aux vérités le plus évidentes » e Houël (2) ha ripetuto che la forma dogmatica d'Euclide è dovuta a « sa préoccupation de fermer avant tout la bouche à des sophistes que la Grèce avait le tort de prendre au sérieux ». « De là » egli aggiunge « son habitude de demontrer toujours qu'une chose *ne peut pas être* au lieu de demontrer qu'elle *est*,..... ».

Queste affermazioni sono state frequentemente contestate, giacchè è difficile riconoscere che i sofisti abbiano esercitato un'influenza diretta, non dico sopra Euclide, ma nemmeno sopra i geometri, suoi predecessori, che hanno elaborato criticamente la scienza matematica (3). Tuttavia si può citare, a questo proposito, qualche accenno ad una polemica antimatematica di Protagora (4) e di Antifonte (5) tendente a restituire (avverso la filosofia razionalistica) il carattere empirico ai concetti della geometria: argomenti dello

(1) *Éléments de géométrie*, Parigi, 1741 (pref. pagg. 10-11).

(2) *Essai critique sur les Principes fondamentaux de la Géométrie*, 1a ed. Parigi, 1867, (pag. 7).

(3) Nondimeno i rapporti amichevoli di Protagora col matematico Teodoro di Cirene sono attestati da Platone: *Teeteto*, 161 b, 162 a.

(4) Aristotele, *Met.* II, 2, (20).

(5) Cfr. Simplicio in *Aristotele Phys.*: Diels B. 13.

stesso genere vedonsi comunemente ripetuti dagli empiristi, e — per quanto concerne l'antichità — si trovano raccolti da Sesto Empirico [1].

Ma, qualunque veduta si abbia intorno alle idee espresse da Clairaut e da Hoüel (che sono errate almeno per quel che concerne la svalutazione del movimento sofistico!), un altro nesso, più importante, appare fra la critica logica dei matematici e la dialettica dei sofisti, poichè l'una e l'altra sono generate insieme dalla filosofia eleatica. Infatti Zenone d'Elea è additato, dallo stesso Aristotele, come inventore di quell'arte *litigiosa* che è la dialettica [2]; e — d'altra parte — l'analisi penetrante di P. Tannery e di H. G. Zeuthen sui celebri argomenti intorno al moto (la dicotomia, l'Achille, la freccia, ecc.), ha messo in evidenza il loro significato e valore matematico, sicchè il sottile dialettico — in cui la tradizione non ha veduto che un ragionatore paradossale — si scopre ai nostri occhi come iniziatore di quell'ordine di considerazioni che costituisce l'analisi infinitesimale. Ed è sommamente istruttivo riconoscere che proprio dalle considerazioni infinitesimali — in cui il pensiero si trova esposto a non sospettate fallacie — trae origine la critica del ragionamento, onde ne esce fuori la scoperta del principio di contraddizione e il procedi-

(1) *Adversus Mathematicos*, l. III.

(2) Cfr. Diog., L., VIII, 57; Sesto Adv., *Math.*, VII, 6 (in Diels, Zenone, A, 10); Aristotele ed. Didot, vol. 5°, 2ª parte, pag. 42.

dimento di riduzione all'assurdo [1]. Democrito che spingerà innanzi l'analisi infinitesimale, scoprendo il volume della piramide, viene parimente ricordato da Diogene Laerzio come prosecutore della dialettica zenoniana.

Ma importa spiegare, sia pure con brevità, come le origini dell'analisi infinitesimale si riattacchino ad una critica dei principî della geometria, a cui pertanto viene a connettersi lo sviluppo della logica. La dimostrazione delle cose che qui asseriamo si troverà nei lavori degli storici sopra citati [2], ed anche in altri nostri scritti, in cui abbiamo trattato più particolarmente questo soggetto.

Secondo le notizie che ci vengono fornite da Proclo, nel commento al primo libro dell'Euclide, le principali teorie geometriche che costituiscono gli Elementi furono elaborate dai pitagorici e ricevettero già in questa scuola uno sviluppo dimostrativo. Zeuthen suppone che il punto di partenza di questo sviluppo sia stato il tentativo di stabilire in generale la relazione fra i quadrati dell'ipotenusa e dei cateti del triangolo rettangolo, nota sotto il nome di « teorema di Pitagora ». D'altronde vi sono numerosi indizî che la geometria pitagorica avesse come fondamento una teoria delle proporzioni (o della misura), basata sopra un concetto empirico del punto-esteso, preso come

(1) Cfr. Enriques, *Il procedimento di riduzione all'assurdo.* « Bollettino della Mathesis », 1919.

(2) Cfr. in ispecie P. Tannery, *Pour la science hellène*, cap. X.

elemento unitario di tutte le cose (monade): così l'affermazione pitagorica che « le cose sono numeri » è da interpretare nel senso che i corpi, o le figure geometriche — che in questo stadio del pensiero si pensano in maniera concreta — sono aggregati di punti, cioè unità aventi posizione.

Ma l'ipotesi monadica traeva con sè la commensurabilità di due segmenti qualsiansi, che appunto rendeva senz'altro possibile la misura, e questa conseguenza doveva urtarsi — nella stessa scuola pitagorica — colla scoperta che la diagonale e il lato del quadrato sono incommensurabili. Ora, mentre i pitagorici si affaticavano intorno a questa difficoltà, altri filosofi che del resto sono usciti dai medesimi circoli (¹), iniziano la critica dei concetti geometrici, riconoscendo che un pensiero razionale, il quale voglia mantenersi immune da contraddizioni, deve riguardare il punto come privo di estensione, la linea come lunghezza senza larghezza, la superficie senza spessore, e di qui vengono naturalmente condotti alle prime considerazioni infinitesimali. Questi critici razionalisti sono gli Eleati: Parmenide e il suo discepolo Zenone. La loro speculazione (appartenente alla prima metà del secolo 5° a. C.) segna un punto decisivo nella storia della filosofia greca, perocchè essa proclama nettamente, per la prima volta, i diritti della ragione: il pensiero coerente viene assunto

(¹) Parmenide è annoverato fra i pitagorici nel catalogo di Giamblico (Diels, Pyth, 45, A.) e delle sue relazioni con altri pitagorici ci viene attestato da Diogene Laerzio.

senz'altro a misura della *verità*, cioè dell'esistenza metafisica, distinta e contrapposta all'*opinione* probabile che si riferisce alla realtà sensibile.

Da questo razionalismo, per cui il pensiero non esita a staccarsi dalle apparenze fenomeniche per serbare rigida fede ai suoi principî, nasce — come si è detto — il metodo dialettico, che è il germe della logica. La quale ebbe a svilupparsi di poi, mentre fervevano le controversie fra empiristi e razionalisti, e — per opera di questi — si proseguiva lo sviluppo dell'analisi infinitesimale (Democrito), e se ne indagava criticamente i principî (Eudosso).

Ma, poichè questa critica — toccando alla teoria fondamentale degli incommensurabili e delle proporzioni — veniva ad involgere l'intiero problema dell'assetto rigoroso della geometria, la ricerca logica non poteva limitarsi all'analisi dei sottili procedimenti della deduzione, anzi doveva naturalmente estendersi all'ordinamento della scienza e alla valutazione dei suoi principî.

2. **Giudizi di Platone sull'ordinamento della scienza.** — In rapporto a ciò che precede riescono sommamente espressivi ed interessanti i giudizii di Platone, sebbene forse, si sia esagerata dallo Zeuthen [1] l'influenza che il filosofo ateniese può

[1] « Sur la réforme qu'a subie la mathématique de Platon à Euclide et grâce à laquelle elle est devenue science raisonnée (in danese con riassunto in francese: Memorie dell'Accademia di Copenhagen, 1917).

avere esercitato su pensatori matematici quali E u d o s s o o T e e t e t o, allorchè designa il movimento critico del tempo col nome di « riforma platonica dèlle matematiche ».

Riferiamo alcuni passi della Republica ([1]):

Republica (510, *c*, *d*, *e*) «.... Quelli che si occupano di geometria e di aritmetica ecc. assumono il pari ed il dispari, e le figure e tre specie di angoli, e altri simili supposti nelle dimostrazioni; e come avendone certa scienza questi supposti li prendono per base, e quasi fossero evidenti non pensano affatto a darne alcuna ragione, nè a se stessi, nè agli altri; anzi, di qui partendo, ordinatamente dimostrano tutto il resto giungendo infine a ciò che si proponevano di dimostrare.... Essi si valgono, per ciò, di figure visibili, e ragionano su di esse, non ad esse pensando, ma a quelle di cui queste sono l'immagine, ragionando sul quadrato in se stesso e sulla sua diagonale, anzichè su quello o quella che disegnano; e così tutte le figure che formano o disegnano (quasi ombre o immagini specchiate dall'acqua), tutte le adoperano come rappresentazioni, cercando di vedere attraverso di esse i loro originali, che non sono visibili se non dall'intelligenza (διάνοια).... ».

(511) « .... Questa specie invero io la dicevo intelligibile, e intendevo dire che l'anima nell'investigazione di essa, è costretta a valersi di premesse, e

([1]) Ci valiamo dell'ed. Didot e della trad. it. edita da Laterza, che riportiamo con lievi modificazioni.

non procede al principio, perchè non è in grado di andare oltre alle premesse, ma si vale, come d'immagini, degli originali appartenenti al mondo di quaggiù, da esse imitati, valutandoli e stimandoli come evidenti di fronte a quelle, » mentre « il ragionamento che usa la forza della dialettica, considerando le premesse non come principî ma soltanto come premesse — quasi punti d'appoggio e di partenza — giunge a ciò che più non ha premesse, cioè al principio universale, e raggiuntolo e tenendosi fermo alle conseguenze che ne derivano, perviene al fine senza far uso di nessun sensibile, cioè procede dalle idee stesse alle idee attraverso le idee, per finire alle idee »: di qui la distinzione posta fra la ragione del dialettico (νους, νόησις) e l'intelligenza del geometra (διάνοια) che « sta di mezzo fra l'opinione e la ragione ».

La stessa distinzione ritorna in:

Rep. (533 c,...) «.... la geometria e le scienze affini... sognano rispetto all'essere, ma è impossibile che lo vedano ad occhi aperti, fintanto che si valgono di postulati e li tengon fermi, mentre non sanno renderne conto. Veramente la disciplina, che ignora il suo principio, e che ha la fine e il mezzo legato a ciò che non sa, come si potrebbe chiamarla scienza?... ».

Vi è qualche difficoltà a comprendere queste vedute.

Anzitutto giova respingere l'interpretazione più comune, che stabilisce una differenza radicale fra la ragione del dialettico e l'intelligenza del geometra, giacchè non si riesce a dare alcun significato alle

idee platoniche, se non ammettendo che esse « esistano » nello stesso senso in cui si afferma l'esistenza di rapporti o di forme matematiche nella natura.

L'apparente contraddizione fra questo modo d'intendere la dottrina e le parole del testo sopra accennato, si toglie ammettendo che il posto inferiore attribuito alle matematiche di fronte alla dialettica, si riferisca non tanto alle matematiche pure, costruibili come scienze (μαθήματα) secondo l'ideale del Nostro, quanto alle matematiche considerate come arti (τέχναι) (1). Ed in appoggio a tale veduta si possono citare altri passi dello stesso dialogo, p. es.:

Rep. (527) .... anche coloro che sono poco profondi in geometria, non metteranno in dubbio che questa scienza è tutto il contrario di quanto parrebbe dalla terminologia che usano quelli che la professano... È una terminologia troppo ridicola e misera, perchè — quasi si trattasse di scopo pratico — parlano sempre di quadrare, di prolungare o di aggiungere; invece tutta la scienza si coltiva collo scopo di conoscere ».

Ma qual'è l'ordinamento della geometria vagheggiato da Platone? su che base vorrebbe egli edificarne i principî?

I passi citati indicano assai chiaramente che per conferire alla scienza un valore razionale, il filosofo

(1) Cfr. G. Milhaud: *Les philosophes géomètres de la Grèce*. Parigi, Alcan, 1900 (Ch. II). Enriques: *Scienza e razionalismo*. Bologna, Zanichelli, pag. 50.

vorrebbe eliminare quelle domande che si pongono a fondamento delle dimostraztoni, sotto il nome di postulati (αἰτήματα), mercè cui si assume la possibilità di certe costruzioni, facendo appello ad operazioni pratiche sopra modelli sensibili. La base della geometria, edificata secondo i criterî della dialettica, consisterebbe dunque in pure definizioni (il procedimento dialettico ha appunto come scopo di definire i concetti !) o in principî evidenti — quali gli assiomi — che Platone riguarderebbe come conoscenze innate, giusta la teoria della reminiscenza esposta nel Menone. In tal guisa le proprietà elementari che le figure visibili hanno pôrto occasione di riconoscere, mercè l' intelligenza idealizzatrice (διάνοια), apparirebbero fondate sulla pura ragione (νοῦς).

3. **Il concetto della scienza dimostrativa in Aristotele: Analytica posteriora.** — Ora, rivolgendoci agli Analytica di Aristotele, vi troveremo notizie più precise sui criterî adottati dai geometri nell' ordinamento logico della scienza, criterî che sarà interessante di raffrontare a quelli che appaiono, in atto, negli Elementi euclidei.

Già al principio degli Analytica priora, l' autore definisce il concetto della scienza di cui imprende lo studio: « Anzitutto è da dire il soggetto e lo scopo di questo studio: il soggetto è la dimostrazione e lo scopo è la scienza dimostrativa (ἐπιστήμη ἀποδεικτική) ». Quindi, negli stessi Analytica priora, viene a stabilire la teoria del sillogismo, e passa poi ad esami-

nare — nei posteriora — l'ordinamento delle scienze deduttive, riferendosi perciò continuamente alle matematiche.

Quest' ultimo trattato, che qui occorre specialmente esaminare ([1]), si apre coll' enunciato che « Ogni conoscenza razionale, sia insegnata, sia acquistata, deriva sempre da conoscenze anteriori. L' osservazione mostra che ciò è vero di tutte le scienze: infatti questo è il procedimento delle matematiche e, senza eccezione, di tutte le altre arti ». Ora dal concetto stesso del sapere « segue necessariamente che la scienza dimostrativa procede da principî veri, da principî immediati, più noti che la conclusione, di cui sono la causa ed a cui precedono » ([2]). Aristotele (ibidem, I, 3) esamina e respinge le obiezioni di due specie di avversarî di questa dottrina, i quali pretendono:

1) o che non vi sieno principî e però che la dimostrazione riesca impossibile, dando luogo ad un regresso all' infinito;

2) o, all' opposto, che il procedimento della dimostrazione sia affatto relativo, sicchè i principî possano provarsi partendo dalle conclusioni, così come le conclusioni dai principî: ciò che egli dice dar luogo ad un circolo vizioso.

Sarebbe assai interessante conoscere gli avversarî

([1]) Cfr. Enriques: *Il concetto della Logica dimostrativa secondo Aristotele* in « Rivista di filosofia », Gennaio 1918.

([2]) An. post. I, 2 (6).

a cui il Nostro si riferisce: forse la prima obiezione apparteneva alla polemica antimatematica di filosofi empiristi, mentre la seconda potrebbe essersi presentata nei circoli megarici (imbevuti del relativismo eleatico) ovvero a Democrito o ad altri matematici, critici dei principî della scienza. Ad ogni modo, della veduta qui espressa — che è solo apparentemente illogica — ci colpisce l'analogia che essa presenta con talune vedute moderne, come avremo occasione di rilevare in appresso.

Aristotele doveva combattere questo relativismo, poichè tutta la sua metafisica, ispirata alla dottrina platonica delle idee, e soggiacente alla sua logica, reagisce appunto alle tendenze relativistiche delle speculazioni, che dalla scienza presocratica erano passate nel dominio del costume e delle credenze religiose, in guisa da minacciare le condizioni della vita sociale nel mondo ellenico. Il parallelismo che gli Eleati avevano scorto fra il pensiero e l'essere, e che i sofisti (avversarî e prosecutori) avevano interpretato nel senso di proiettare nella realtà l'arbitrario che è proprio della libera critica, riceve, nella dottrina socratico-platonica, una interpretazione inversa: infatti la teoria ontologica delle idee, suppone un ordine assoluto di verità che stanno di fronte al pensiero come dati, sopra cui esso ha da modellare l'ordine della propria scienza. Così dunque Platone vede nella classificazione delle forme geometriche un modello della gerarchia delle specie naturali, la quale si rispecchia in quel procedimento più generale di divisione e di definizione che costi-

tuisce la dialettica. Ed analogamente per Aristotele, il rapporto necessario ed irreversibile fra cause ed effetti, offerto dalla natura, si riflette nel rapporto fra premesse e conseguenze della scienza dimostrativa; la quale perciò possiede un ordine naturale che non può essere invertito, onde i suoi principî appariscono assolutamente *indimostrabili*:

An. post. I, 2 (9): « Bisogna che i principî da cui si parte sieno indimostrabili; altrimenti, non possedendone la dimostrazione, non potrebbero ritenersi noti, poichè sapere in modo non accidentale le cose di cui la dimostrazione è possibile, è possederne la dimostrazione ».

Ora, proseguendo l'esame degli Analityca posteriora, veniamo istruiti più precisamente che i principî della scienza, si lasciano distinguere in più specie:

1) Termini o definizioni (ὅροι), cioè supposizioni del significato delle parole (in linguaggio moderno: assunzioni di concetti primitivi *non definiti*) e definizioni propriamente dette ([1]).

2) Supposizioni d'esistenza del genere e delle sue modificazioni, cioè delle cose designate dai termini.

3) Proposizioni immediate che occorre necessa-

([1]) La teoria logica della definizione è trattata da Aristotele in An. post. II, e specie nei Capi 9 e 12: dove si prescrive la regola di restringere successivamente l'estensione del genere aggiungendo — nell'ordine naturale — le differenze che lo delimitano, fino a che esse circoscrivano, nel loro insieme, l'estensione del soggetto da definire.

riamente conoscere per apprendere qualsiasi cosa, le quali vengono chiamate assiomi (ἀξιώματα) « giacchè vi sono proposizioni di tal natura e ad esse si riserva abitualmente questo nome » ([1]).

4) Infine anche ipotesi o postulati (αἰτήματα), che s'introducono effettivamente nell'insegnamento delle matematiche (o anche nella discussione) domandando al discente di ammettere l'esistenza di qualche cosa di cui egli non abbia alcuna idea, ovvero abbia un'idea contraria.

Qui il concetto d'Aristotele riesce alquanto oscuro; giacchè da una parte egli sembra ammettere (come Platone) che i postulati potrebbero essere eliminati: « postulato... è ciò che si pone senza dimostrazione, quantunque potrebbe dimostrarsi, e di cui ci si serve senz'averlo dimostrato » (I, 10 (8)); e d'altra parte (riferendo evidentemente le vedute dei geometri) egli avverte (9) che « le definizioni non sono ipotesi perchè non dicono se le cose definite esistano oppur no... ». Ma probabilmente il suo pensiero è che il sapere dovrebbe edificarsi su quelle sole supposizioni d'esistenza che hanno carattere di necessità, essendo vere di per sè stesse (καθ' αὑτά), le quali « non si possono considerare come ipotesi o postulati.... » (I, 10 (7)), imperocchè « la dimostrazione.... si rivolge non alla parola estariore, ma alla parola interiore dell'animo ». Con ciò il Nostro fa appello a quel sentimento d'evidenza del pensiero che Platone

([1]) Usato dai pitagorici secondo Giamblico (in Diels, D, 6).

ha rappresentato come intima sincerità nel Teeteto, servendosi quasi delle stesse parole ([1]).

Tuttavia Aristotele critica la teoria platonica della reminiscenza ([2]), negando che vi siano conoscenze innate; la conoscenza universale dei principî viene per lui acquisita indubbiamente dalla sensazione: essa si produce mercè l'unità dell'esperienza che sussiste nell'anima, nonostante la molteplicità degli oggetti, in forza della facoltà di fissare ciò che vi è di simile o d'identico nei particolari e di riconoscerlo come dato del pensiero. (An. post. II, 15 (5, 6, 7)). Ciò non toglie all'assoluta verità che l'intelligenza idealizzatrice (διάνοια), fondamento della scienza, conferisce ai suoi principî (II, 1-5 (8)).

4. **I principii negli Elementi d'Euclide.** — Alle dottrine d'Aristotele giova paragonare quelle che appariscono nell'ordinamento degli Elementi di Euclide ([3]).

([1]) (189 c.) « (Il pensare è) un discorso che l'anima rivolge a sè stessa, per sè, intorno alle cose che consideri ».

(190) « .... nemmeno in sogno hai ardito dire a te stesso che.... il dispari è pari, o altra simile cosa ».

([2]) An. priora II, 21 (7) e An. post. I, 1 (7).

([3]) Heiberg « Euclidis opera omnia » Teubner, Lipsia, 1883-88.

Secondo le indicazioni del commentatore Proclo di Bisanzio (412-485 d. C.), Euclide sarebbe vissuto in Alessandria al tempo del re Tolomeo. Così può argomentarsi che gli Elementi sieno stati scritti intorno al 300 a. C. (Le opere di Aristotele che conosciamo sembrano appartenere all'ultimo decennio della sua vita, terminata il 322 a. C.).

Nei quali si trovano tre specie di principî:

1) termini o definizioni (ὅροι):

2) postulati (αἰτήματα).

3) nozioni comuni (κοιναὶ ἔννοιαι).

Non è qui il luogo per sottoporre ad un'analisi approfondita queste premesse, che — a dir vero — sono lungi dall'apparire soddisfacenti, tanto che dal Tannery si è perfino messo in dubbio la loro autenticità; solo, riferendoci alla critica che ne ha fatto lo Zeuthen (1), ci limiteremo ad alcune osservazioni logiche.

Ma anzitutto vogliamo arrestarci un momento sopra una questione di parole.

Non pochi si meravigliano che Euclide abbia usato il termine « nozioni comuni » per designare quelli che Aristotele chiama (coi matematici pitagorici) « assiomi », tanto più che — si dice — la parola « ἔννοια » compare solo più tardi nel linguaggio degli Stoici. Ora non è fuor di luogo rilevare che la stessa parola si trova pure in Democrito (2), e in un senso che richiamerà più avanti la nostra attenzione. Il rilievo assume interesse per la circostanza che Democrito compose, circa cent'anni prima d'Euclide, degli Elementi, che non sono annoverati nel sunto storico di Proclo, ma di cui Trasillo ci ha conservato i titoli (3); tanto più che questi lasciano

(1) Cfr. *Histoire des mathématiques* trad. dal danese di Mascart (Parigi, Gauthier-Villars 1902): n. 14, 69 94.

(2) Cfr. Sesto in Diels, A, 111.

(3) Γεωμετρικῶν (A, B?), Ἀριθμοί, Περὶ ἀλόγων γραμμῶν καὶ ναστῶν A, B (cfr. Diels B, 11^{n}, 11°, 11^{p}).

scorgere un ordinamento della materia simile a quello adottato dallo stesso Euclide. Non sembra fuor di luogo congetturare che nella terminologia democritea gli assiomi venissero appunto designati come « nozioni » o « nozioni comuni », e che il geometra alessandrino, imprendendo a sistemare la stessa materia, in rapporto ai progressi critici del secolo, abbia conservato la denominazione del suo illustre predecessore: al quale di preferenza doveva guardare [1].

Diciamo ora che la distinzione fra le nozioni comuni o gli assiomi, e i postulati, viene spiegata da Gemino in Proclo [2], come analoga a quella fra teoremi e problemi, o fra identità e equazioni, in quanto i primi porgono delle relazioni, per cui certe proprietà resultano conosciute come conseguenza di altre date, laddove i secondi assegnano costruzioni elementari, ciò che — nel concetto dei Greci — significa affermare l'*esistenza* di enti particolari cui s'impongono certe condizioni. Questo carattere costruttivo sembra mancare soltanto al post. 4 (tutti gli angoli retti sono uguali fra loro); ma Zeuthen spiega come in tale affermazione debba vedersi un complemento del post. 2, nel senso di affermare che il prolungamento di una retta è unico.

(1) In appoggio della nostra veduta può valere, forse, un passo del noto commento « Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii » (ed. Friedlein, pg. 194, linee 8-9) in cui sembra che Proclo alluda all'uso dei *geometri* di chiamare « nozione comune » ciò che Aristotele chiama « assioma ».

(2) l. c. pg. 193 e seg. Cfr. Vailati, *Scritti*, pag. 547.

Proclo osserva pure che gli assiomi e i postulati differiscono anche per essere: questi, principî particolari della geometria, e quelli, principî comuni alle varie scienze; infatti si tratta qui delle proprietà generali dell'uguaglianza e diseguaglianza fra grandezze.

Infine la distinzione fra le due specie di principî si accorda anche col criterio d'Aristotele, che riconosce negli assiomi delle verità necessarie ed indimostrabili, perchè evidenti di per sè (καθ' ἑαυτά), e nei postulati delle verità — partecipanti ad un'altra specie di evidenza (sensibile) — che non risultano ugualmente ἐξ ἀνάγκης dal significato dei termini che vi figurano: la natura dei principî, enunciati da Euclide come nozioni comuni, sembra infatti rispondere a questo criterio.

Ma se taluni geometri (al dire dello stesso Proclo) recusavano di distinguere assiomi e postulati, mancano tuttavia indizî per affermare che essi respingessero il significato che Aristotele e probabilmente altri ancora (secondo la metafisica del senso comune) attaccavano a codesta distinzione, così come lo respinge la critica moderna, che — per tale motivo appunto — considera ugualmente le proposizioni primitive della scienza quali postulati, da ricevere, in una qualsiasi teoria deduttiva, come dati anteriori allo sviluppo della teoria stessa.

Un piccolo lume ci è recato in tali questioni dal riferimento dello stesso Proclo (l. c. pg. 194) circa un tentativo di dimostrare l'assioma 1 (cose uguali ad una terza sono uguali fra loro), che sarebbe stato fatto da Apollonio. Infatti della tentata dimostra-

zione viene pôrto il seguente cenno: « Sia *a* uguale a *b*, e *b* uguale a *c*; dico che *a* è uguale a *c*. Invero *a* occupa lo stesso luogo (τόπος) di *b*, e così *b* occupa lo stesso luogo di *c*; quindi anche *a* occupa lo stesso luogo di *c* ». Questo ragionamento indicherebbe forse che Apollonio voleva ricondurre il concetto euclideo dell'eguaglianza geometrica al caso della sovrapponibilità delle figure, facendo appello ad esperienze ideali di movimento, mercè cui poteva illudersi di ridurre ad una pura proposizione identica la proprietà transitiva di quella relazione: mentre il ricorso a siffatte esperienze ci avverte appunto (con Helmholtz e Stolz) che il detto assioma 1 ha un significato sintetico e non può ritenersi come una semplice proposizione analitica (vera per definizione). Comunque il riferimento accennato lascia presumere che la critica dei principî sia stata spinta innanzi da Apollonio, dopo Euclide, con quella penetrazione di cui volentieri siamo disposti ad accreditare il grande geometra di Perga.

Ritorniamo all'Euclide per esaminare, in breve, i principî ch'egli ha designato col nome di ὅροι: termini o definizioni. Se essi vengono considerati come definizioni, non si può a meno di rilevarne la manchevolezza, poichè non offrono, spesso, che descrizioni atte a indicare la genesi psicologica dei concetti: così, p. es., in 3 e 5, dove si dice che gli estremi di una linea sono punti, e che gli estremi di una superficie sono linee. Ma, verosimilmente, queste ed altre spiegazioni sono da considerare in rapporto alla tradizione

storica precedente, come un richiamo dei caratteri per cui gli enti della geometria razionale appaiono idealizzazioni dell'esperienza: p. es. le 1, 2, 5 stanno a ricordare che — secondo il risultato della critica eleatica — il punto è inesteso, la linea è lunghezza senza larghezza, e la superficie non ha spessore ([1]).

Anche quelle che si presentano come definizioni propriamente dette, non ottemperano sempre al criterio fondamentale enunciato da Aristotele, che l'insieme degli attributi restringa l'estensione del genere in guisa da non appartenere ad alcun concetto più esteso. Per questo motivo sembra insufficiente la def. 4 « linea retta è quella che è posta ugualmente rispetto ai suoi punti » ; imperocchè, se s'interpreta come si usa comunemente « retta è quella linea che è divisa in due parti uguali da qualsiasi suo punto », si enuncia una proprietà non caratteristica della retta, che appartiene anche all'elica (cfr. Apollonio in Proclo: 105, 5).

Ora conviene aggiungere che Euclide, non soltanto suppone l'esistenza di ciò che viene immediatamente designato da alcuni termini, ma sembra anche introdurre surrettiziamente alcune ipotesi esistenziali, per mezzo di definizioni, laddove — per analogia coi criterî seguiti in altri casi — si sarebbe aspettata l'esplicita introduzione di un postulato. Ciò accade, in ispecie, per quel che riguarda le intersezioni di rette e circoli, le assunzioni adoperate nelle prop. 1, 12, 22 sembrando giustificarsi (secondo che osserva

([1]) Cfr. Proclo l. c. pg. 94, linea 11.

lo Zeuthen) mediante la definizione (15) del circolo, come figura piana *compresa da una sola linea*. Ma non giova insistere su tali difetti, che appartengono all'esecuzione e non modificano i criterî logici del disegno. Restando nell'ordine d'idee euclideo, avremmo soltanto da completare i postulati coll'enunciare esplicitamente i casi d'esistenza delle intersezioni di rette e cerchi o di due cerchi, che si offrono nelle costruzioni elementari. Interessa piuttosto di rilevare come queste ipotesi esistenziali, che la geometria antica introduceva nei singoli casi, mercè appropriate costruzioni, oggi si lasciano dedurre da un unico principio generale di continuità [1], onde l'affermazione d'esistenza si libera dalla ricerca dei mezzi costruttivi, complicantisi colla natura del problema. È questo un progresso conforme all'indirizzo preconizzato da Platone, che — come si è visto — repugnava appunto da ciò che sa di pratico o di meccanico nella formulazione dei postulati.

Nota. A complemento di quel che si è detto intorno alla geometria euclidea, aggiungeremo che Archimede [2] sembra classificare e distinguere i principî in modo diverso, poichè (in una lettera a

[1] Cfr. p. es. l'art. 5° di G. Vitali nelle *Questioni riguardanti le matematiche elementari* raccolte e coordinate da F. Enriques Vol. I, Bologna, Zanichelli, 1912.

[2] *De sphaera et cylindro* in « Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii », ed. Heiberg. Lipsia, 1910. Cfr. *The Works of Archimedes*, ed. Heath, Cambridge, 1897.

Dositeo) chiama « assiomi » (ἀξιώματα) le definizioni accompagnate da supposizioni d'esistenza: p. es. esistono linee piane che giacciono tutte da una parte ecc., e queste si dicono concave; mentre poi dà il nome di « assunzioni » (λαμβανόμενα) a taluni principî (teoremi precedentemente stabiliti o postulati, assai eleganti) da cui muove la sua trattazione: p. es. la retta è la linea più breve tra due punti. Il commento d'Eutocio restituisce agli ἀξιώματα archimedei il nome di ὅροι.

5. **Considerazioni sintetiche sulla logica dei Greci.** — Se ora, riguardando soprattutto ai secondi Analitici d'Aristotele e agli Elementi d'Euclide, cerchiamo di esprimere le nostre impressioni in un giudizio sintetico sulla logica degli antichi, domandandoci fino a che punto i loro criterî ci sembrino accettabili o esaurienti, siamo condotti alle seguenti riflessioni:

1) La logica dei Greci suppone un ingenuo realismo per cui il pensiero appare come la copia o la visione di una natura esterna. Così il « numero » dai pitagorici e lo « spazio continuo » dagli eleati, sono pensati in concreto, ad imitazione di quella sostanza cosmica che viene figurata costituire il sostrato naturale (la φύσις) di tutte le cose. La supposizione realistica è tipicamente espressa nella teoria delle idee di Platone, che forma infine la metafisica soggiacente alla logica d'Aristotele. Da essa deriva il carattere di necessità dei principî, e quindi la pretesa di un ordine naturale della scienza, facente capo a pre-

messe assolutamente indimostrabili; la qual pretesa viene corretta, almeno in parte, nelle vedute dei geometri.

2) Ma dallo stesso realismo, ha origine la radicale manchevolezza della teoria della definizione. Poichè le oscurità del trattato di Aristotele e le imperfezioni dell'Euclide, in genere gli errori della critica che si riscontrano in tali opere, si possono riattaccare a codesto presupposto, quasi a comune radice.

Si ammette infatti che le parole rispondano ad enti di un mondo intelligibile trascendente il soggetto, che si tratta di fissare univocamente. Di qui il criterio che la deduzione logica debba tener presenti, non soltanto le premesse esplicitamente enunciate come assiomi o postulati, bensì anche il *significato* dei termini su cui si ragiona, vedendo, attraverso di essi, quella realtà (geometrica ecc.) che è oggetto del pensiero. Ma ciò significa autorizzare nel ragionamento inconfessati *appelli all'intuizione*, che, dichiarati, si tradurrebbero in nuovi assiomi. Ora, se l'intuizione (o visione del significato) rimane sempre presupposta nel ragionamento, quando mai potremo assicurarci che gli assiomi formino un sistema completo? A stretto rigore di tale domanda non si riesce neanche a definire il senso! E quindi non si comprende perchè si senta il bisogno di enunciare — a preferenza di altri — alcuni fra gli assiomi, che pure sono dichiarati evidenti, necessarî ecc. ecc.

3) Aggiungiamo che anche l'analisi aristotelica del ragionamento, facente capo alla teoria del sillo-

gismo (An. priora) sta pure in relazione col presupposto metafisico della logica. E specialmente colla circostanza che i Greci, in generale, immaginarono la realtà intelligibile rappresentata dalla scienza, sul tipo statico della classificazione delle forme geometriche: tale è infatti il carattere dell'ontologia eleatica, che imprime il suo suggello sulla dottrina platonica non superata veramente da Aristotele (1). Soltanto Democrito, come diremo più avanti, si solleva al concetto di una scienza razionale del moto, ma le sue vedute filosofiche non trovano adeguato sviluppo se non due mila anni più tardi, all'epoca della Rinascita.

Qui conviene rilevare che le critiche mosse alla teoria sillogistica dagli empiristi inglesi (da Bacone a Stuart Mill), opponenti alla deduzione l'induzione generalizzatrice dell'esperienza, hanno fatto perder di vista ciò che manca all'analisi aristotelica del ragionamento, pur riguardato nelle forme rigorose, che sole appartengono — secondo il concetto del filosofo greco — alla logica dimostrativa propriamente detta. Infatti i brevi cenni che Aristotele dedica all'induzione (completa), negli Analytica priora, non suppliscono certo all'analisi delle operazioni logiche costruttive (significate da particelle come « e », « o » ecc.) che accanto al sillogismo ricorrono nello sviluppo delle dimostrazioni matematiche. La quale lacuna torna a

(1) Cfr. Ch. Werner, *Aristotele et l'idealisme platonicien*, Alcan, Parigi, 1910.

riflettersi sulla teoria delle definizioni, che appunto esprimono codesto lavoro costruttivo del pensiero.

4) Infine giova rilevare che l'anzidetto realismo si riflette in una concezione ingenua del linguaggio: la filosofia greca — sia che abbia ammesso l'origine naturale della lingua (come Platone nel *Cratilo*), sia che abbia rilevato ciò che vi è di convenzionale nelle parole (come Democrito [1] e Aristotele [2]) — non riesce a scorgere la varietà essenziale delle lingue, che tiene ai diversi modi di rappresentazione delle cose ed esprimendo la libera attività del soggetto, dà origine all'intraducibilità. Dice infatti Aristotele:

De Interpretatione, 1, (4). Le parole della lingua parlata sono l'immagine delle modificazioni dell'anima e la scrittura è l'immagine delle parole espresse dal linguaggio.

3) Come la scrittura non è identica per tutti gli uomini, così anche le lingue differiscono fra loro. Ma le modificazioni dell'anima, di cui le parole sono i segni immediati, sono identiche per tutti gli uomini, come sono identiche per tutti le cose che quelle modificazioni esattamente rappresentano ».

È chiaro come una siffatta dottrina spieghi quella confusione fra analisi logica e analisi del linguaggio,

(1) Proclo, nel commento al Cratilo, riferisce appunto questa opinione di Democrito, basata sull'omonimia e la sinonimia delle parole, sul cambiamento dei nomi e sul difetto di analogia nella formazione di certe espressioni verbali. (Cfr. le note alla trad. franc. del Cratilo di Cousin).

(2) *De Interpretatione*, 2 (1).

che culmina nel concetto aristotelico di trarre dalle forme grammaticali una classificazione delle « Categorie ».

6. **La logica di Democrito e i suoi influssi sopra Stoici ed Epicurei.** — In ciò che precede ci siamo fermati a studiare il pensiero degli antichi Greci traverso le sistemazioni scientifiche che sono a noi pervenute. Ma, per l'intelligenza dello sviluppo ulteriore che la logica riceve nelle scuole filosofiche dopo Aristotele, conviene tener conto dell'influsso che i predecessori dello Stagirita sembrano aver esercitato sul movimento delle idee.

Infatti codesto sviluppo si lascia definire, nelle sue linee generali, come tendente a liberare il pensiero dall'ontologismo, che pure sopravvive — in qualche modo — alla ideologia platonico-aristotelica, nella misura in cui tale filosofia esprime la metafisica del senso comune. E l'anzidetta tendenza liberatrice si esplica:

1) in un progresso verso il formalismo logico, che procede dallo studio degli schemi discorsivi, formante oggetto degli Analytica priora: questo progresso si avverte già nei primi paripatetici, come Eudemo, lo scrittore di una storia delle matematiche, e Teofrasto il raccoglitore delle opinioni dei fisici, ma più largamente ancora negli Stoici, in cui è pure passata l'eredità dei dialettici megarici;

2) in una revisione dei principî della teoria della conoscenza, che ha per oggetto l'origine e il

valore dei concetti generali da cui muove la scienza dimostrativa: qui soprattutto vengono in luce delle vedute che debbono essere riattaccate ai grandi predecessori di Platone e di Aristotele; sulle quali l'interesse della questione c'invita a fermarci.

Ora, se ci volgiamo a ricostruire induttivamente le idee di codesti predecessori, la figura di Democrito d'Abdera, deve attirare, sovra ogni altra, la nostra attenzione. Democrito, vissuto cent'anni e nato intorno al 460 a. C. (40 anni dopo Anassagora e 25 anni dopo il suo concittadino Protagora che è il maggiore rappresentante della sofistica), deve esser considerato come un contemporaneo più anziano di Platone (427-348/7); così, soltanto i pregiudizii dominanti la ricostruzione della storia del pensiero greco nel secolo decimonono, hanno impedito di studiare più da vicino i rapporti fra i due filosofi, relegando Democrito tra i presocratici e perfino tra i presofisti, in onta alla cronologia [1] Democrito è il grande fondatore della teoría atomica, in cui ha tuttavia come precursore Leucippo, e che fu svolta da lui come una teoria cinetica cosmologica; attraverso questa dottrina egli giunse ad una rigorosa concezione del determinismo meccanico, e verosimilmente anche alla scoperta di principî (massa, inerzia) che Galileo

[1] Fanno eccezione Windelband e Burnet, che restituiscono all'Abderita il suo posto cronologico, ma che — tuttavia — non sembrano darne un apprezzamento proporzionato all'importanza del suo lavoro scientifico.

ha ricostruito due mil' anni più tardi, riprendendo le intuizioni fondamentali del lontano predecessore. Per il suo rigido meccanicismo, con esclusione di ogni teleologia, Democrito viene considerato come il padre del materialismo, e da ciò appunto ha origine il pregiudizio da cui in ispecie la storia svoltasi sotto l'influenza hegeliana, nel secolo decimonono, non ha saputo mai emanciparsi completamente: quantunque un esame accurato avrebbe permesso di riconoscere nello stesso Democrito anche il padre dello spiritualismo (così come Leibniz sembra avere intuito!) e forse anche di far risalire a lui l'argomento per l'immortalità dell'anima basato sulla sua « semplicità » o « indivisibilità », che s'incontra nel Fedone 78, *b*, *c*, [1].

Le opere di Democrito, di cui ci sono trasmessi i titoli da Trasillo, formano una mole imponente e si riferiscono ai più svariati argomenti, dalle matematiche alla fisica, alle scienze naturali, all'agricoltura, alla grammatica, alla poetica, alla teoria della conoscenza ecc. ecc.; fra i frammenti più belli sono da annoverare quelli morali, conservatici da Stobeo.

La posizione filosofica di Democrito, per ciò che concerne la teoria della conoscenza, resulta dalla testimonianza di Sesto Empirico, laddove egli parla di Democrito e Platone sostenitori della verità degli intelligibili (*τὰ νοητά*) in contraddizione con Prota-

[1] Di ciò mi propongo fornire altrove la prova col confronto dei testi aristotelici.

gora: (1) si tratta dunque di un razionalismo, che si contrappone all'empirismo protagoreo. Ma, poichè a sua volta questo empirismo dei sofisti era sorto come una reazione di carattere positivistico al razionalismo metafisico della scuola d'Elea, è naturale che Democrito avesse a tener conto dell'esigenza fondamentale che i sofisti avevano formulato. Egli non poteva semplicemente riprendere come oggetto della scienza una Verità (ἀλήθεια) indifferente rispetto all'opinione (δόξα) che si riferisce alle cose sensibili, ma doveva invece cercare una razionalizzazione dell'empirico, cioè una verità atta a salvare i fenomeni (σῴζειν τὰ φαινόμενα); e siffatta veduta si poteva esprimere nel linguaggio tecnico del tempo, dando per compito alla scienza l'opinione vera, o inverata mediante il ragionamento. Appunto questa teoria della scienza come δόξα ἀληθές μετὰ λόγου, viene riferita e discussa da Platone nel Teeteto, ed una comparazione analitica del testo con altri dello stesso Platone e di Aristotele, prova che il riferimento deve essere attribuito a Democrito (2).

Ma, poichè la spiegazione razionale dei fenomeni suppone dei *concetti*, per mezzo dei quali si unifichi la rappresentazione delle cose del mondo empirico, si può domandare su che Democrito ne basasse il possesso da parte della mente umana. Qui soccorrono alcune indicazioni.



(1) Diels A. 59; cfr. A. 114.

(2) Cfr. Enriques: *La teoria democritea della scienza nei dialoghi di Platone*, Rivista di Filosofia, 1920, n. 1.

1) Anzitutto Democrito viene additato da Aristotele come il primo a trattare delle definizioni di cose fisiche, mentre ei ci dice che con Socrate crebbe l'uso del definire e si estese soprattutto alle nozioni morali ([1]). Conviene intendere che Democrito inizia quel modo di definire proprio della scuola socratica, in cui si ricercano i caratteri comuni delle cose che rispondono al definito; è più difficile dire se lo stesso Democrito, come Socrate, facesse anche appello alla nozione comune che tutti gli uomini si formano in rapporto a dati oggetti; e tuttavia questo criterio ei ben poteva derivare da Eraclito, cui lo stesso Socrate sembra avere attinto.

2) In un frammento della già citata opera logica di Democrito

περὶ λογικῶν καὶ κανών

che ci è stato tramandato da Sesto ([2]), vengono distinte due specie, di conoscenza, l'una relativa all'intelligenza (διὰ τῆς διανοίας) l'altra alle sensazioni (διὰ των αἰσθήσεων). Dice precisamente Democrito:

« Vi sono due forme della conoscenza: una conoscenza pura o legittima (γνησίη) ed una adombrata o spuria (σκοτίη). Appartengono a quest'ultima forma: la vista, l'udito, il gusto, l'odorato, il tatto. Ma la conoscenza pura è completamente distinta ». Ed aggiunge che questa conoscenza pura è relativa ad un

([1]) Met. XI, 4, (3), De Partibus Animalium I, 1 (ed. Didot, t. III, pag. 223, 2).

([2]) In Diels B. 11.

organo di pensiero più raffinato che prende il posto di un vedere o di un udire o gustare o odorare o tastare nel più piccolo (mettendoci così in rapporto colla vera natura delle cose, cioè cogli atomi).

Anche in altri modi Democrito esprime la relazione fra le due forme del conoscere; per esempio ove dice: (1)

« apparenza (νόμωι) il colore, apparenza il dolce, apparenza l'amaro; in realtà soltanto gli atomi e il vuoto ». Ma poi, facendo parlare i sensi contro l'intelligenza, soggiunge:

« povera mente, prendendo da noi la tua fede, tu vuoi confonderci; la tua vittoria è la tua caduta ».

Troviamo qui una notizia estremamente interessante: Democrito, al pari di Platone e di Aristotele, e prima di loro, dibatteva il problema dell'origine delle idee; egli non si fermava, come il filosofo ateniese alla supposizione di conoscenze innate (teoria della reminiscenza), anzi piuttosto sembra derivare le idee dalle sensazioni, sicchè è lecito pensare che a lui possa aver attinto Aristotele la veduta che gli abbiam visto esprimere in An. Post. II, 15.

Ma, mentre in Aristotele non si vede come possa conciliarsi questa dottrina colla dignità attribuita alle nozioni induttivamente acquistate, che debbono costituire le premesse necessarie della scienza dimostrativa, ciò che sappiamo intorno alla teoria delle sensazioni di Democrito (in rapporto alla fondamentale

(1) Galeno in Diels B. 125; cfr. Sesto in Diels B. 9.

supposizione atomica) è ben atto a sciogliere la difficoltà. Ammetteva infatti il Nostro (1), che le sensazioni in generale derivassero da piccole immagini (εἴδωλα) emesse dai corpi e proprie ad impressionare gli organi di senso ed anche lo stesso pensiero in quella guisa in cui la luce impressiona una lastra fotografica: le immagini rispondenti alle conoscenze intelligibili — partenti direttamente dagli atomi — sono di natura più fine; si comprende quindi che esse possano liberarsi dalla mescolanza colle immagini più grossolane che colpiscono i sensi, quando il confronto di sensazioni ripetute, in rapporto ad una molteplicità di oggetti, permette di fissare i caratteri comuni che definiscono il concetto.

3) Che effettivamente Democrito riconoscesse il valore logico dei concetti, quasi come anticipazioni dell'esperienza, resulta anche dalla testimonianza di Diotimo in Sesto (VII, 1401 (1), che egli assumeva « come criterio della comprensione delle cose oscure il fenomeno, e come criterio della ricerca il concetto »:

ἔννοια κριτήριον ζητήσεως.

Qui è notevole l'uso del termine: ἔννοια che già notammo a proposto della designazione di κοιναὶ ἔννοιαι adoperata da Euclide per gli assiomi, giacchè abbiam pur detto che codesto termine non si trova nella

(1) Cfr. p. es. Aetius in Diels, A. 30.
(2) Diels, A. 111.

letteratura filosofica di Platone ed Aristotele, ma invece, più tardi, presso gli Stoici. Appunto ad un'opera di Crisippo περὶ ζητήσεως sembra fare allusione Plutarco presso Olimpiodoro ([1]), ove dice che « gli Stoici allégano a causa di ciò (cioè della possibilità di arrivare a cose che non si conoscono) le nozioni fisiche: τὰς φυσικὰς ἐννοίας ». D'altronde Diogene Laerzio (VII, 54) ([2]) c'informa che « Crisippo... dice esservi due criterî della verità, la sensazione e il concetto »; qui in cambio di ἔννοια viene adoperata la parola πρόληψις, che ricorre anche presso gli Epicurei, designando « anticipazione (dell'esperienza) ».

Ora il significato preciso che gli Stoici davano alle ἔννοιαι, si può rilevare, per esempio, da un passo del De Civitate Dei di S. Agostino ([3]) dove si parla di coloro che riposero la verità nei sensi, cioè degli Epicurei e degli stessi Stoici:

« qui cum vehementer amaverint sollertiam disputandi, quam dialecticam nominant, a corporis sensibus eam ducendam putarunt, hinc asseverantes animum concipere notiones, quas appellant ἐννοίας, earum rerum scilicet quas definiendo explicant... ».

Da questi riferimenti sembra potersi dedurre che gli Stoici abbiano adottato, al pari di Aristotele, la dottrina democritea dell'origine sensibile dei concetti

([1]) Cfr. Arnim, Stoicorum veterum fragmenta. Vol. II, n. 104. Crisippo, discepolo di Zenone Cizio (280-209 a. C.).

([2]) In Arnim, op. c. 105.

([3]) In Arnim, 106.

(cui soltanto gli Epicurei conservarono come fondamento l'ipotesi delle piccole immagini), ma spogliando i concetti di quella dignità superiore che i razionalisti cercano conferire agli intelligibili; così, per loro, la dimostrazione scientifica (ἀπόδειξις) viene ridotta, per dirla con Cicerone (¹), ad una « ratio, quae ex rebus perceptis ad id, quod non percipiebatur, adducit ».

In corrispondenza di queste vedute, di carattere più empirico, è interessante rilevare come si modifichi la dottrina democritea della scienza, che Zenone Cizio dice

« essere una comprensione sicura e ferma e immutabile dalla ragione » (ἀμετάθετον ὑπὸ λόγου κατάληψιν) ovvero anche

« un possesso immutabile dalla ragione, nell'accoglienza delle rappresentazioni » (ἐν φαντασιων προσδέξει) (²).

Pertanto gli Stoici non giunsero a quello schietto empirismo, che si vede accolto da Epicuro, per cui è accettata sempre come vera ogni sensazione o apparenza: richiesero anzi che all'apparenza si aggiunga l'assenso volontario dell'animo (³), che per il saggio ha motivo nell'identità fra la ragione individuale e la Ragione o logos universale.

Così il concetto eracliteo del logos, che la scuola

(¹) Arnim, 111.

(²) Riferimenti di Sesto e Diogene Laerzio in Arnim: Zeno Citius, n. 68.

(³) Cfr. Sesto e Cicerone in Arnim: Zeno Citius, nn. 63 e 61.

stoica ha fatto proprio, doveva pur sempre conservare al pensiero una certa dignità, e quindi facilitare il trapasso alla veduta posteriore degli eclettici (Cicerone), per cui le *communes notiones* vengono ritenute — non più come uniformità della natura — bensì come *idee innate*, attestanti la reminiscenza della vera origine divina dell'uomo: onde la teoria stoica (ritornando in effetto a Platone) viene a fondersi colla neoplatonica.

Più direttamente degli Stoici (che pure ne derivarono il principio del determinismo universale) si riattaccano a Democrito gli Epicurei, che ne adottarono la teoria atomica, spogliata bensì del suo più profondo significato meccanico. Ma, come abbiamo già accennato, Epicuro (341-270 a. C.) è lungi dal razionalismo del maestro d'Abdera. La sua Canonica, comprende poche regole di cui abbiamo chiaro riferimento da Sesto Empirico, e che Gassendi ha ricostruito con precisione nella sua Logica [1].

Riferiamo la parte essenziale dei canoni epicurei così formulati:

I) Sensus nunquam fallitur...

II) Opinio est consequens sensum, sensionique superadiecta, in quam veritas aut falsitas cadit.

III) Opinio illa vera est, cui vel suffragatur, vel non refragatur sensus evidentia.

[1] Petri Gassendi *Opera Omnia*, Firenze, 1277, Vol. I, Pars I, *De Logicae origine et varietate*.

V) Omnis quae in mente est anticipatio, seu praenotio, dependet a sensibus; idque vel incursione, vel proportione, vel similitudine, vel compositione. (Questo stesso modo di formazione dei concetti appare negli Stoici).

VI) Anticipatio est ipsa rei notio, sive definitio...

VII) Est anticipatio in omni ratiocinatione principium...

VIII) Quod inevidens est, ex rei evidenti anticipatione demonstrari debet.

Qui è notevole l'appello all'evidenza sensibile (ἐνάργεια) che viene così assunta come criterio di verità. Nonostante la modificazione subíta, è facile riconoscervi lo stesso criterio di Democrito che contrapponendo la conoscenza pura o legittima alla conoscenza oscura, veniva appunto a ritenere la chiarezza delle idee come segno del loro valore: senonchè quella che per Democrito era chiarezza di concepimento, diviene per Epicuro chiarezza sensibile [1]. Toccherà poi a Descartes, diciannove secoli dopo, di ritornare al criterio dell'evidenza rispetto al pensiero, riguardando come vere le *idee chiare e distinte* (l'aggiunta deriva dal Teeteto 209c-210).

7. **La logica degli scettici.** — Dopo aver parlato degli Stoici e degli Epicurei, ci convien dire degli

[1] Notisi che già in Teofrasto si applica il criterio dell'evidenza tanto all'intelligenza che al senso. (Cfr. Sesto Adv. Math., VII, 217).

scettici: i quali — per verità — non formano ugualmente una setta o scuola chiusa, ma — a partire da Pirrone d'Elide (circa 365-275 a. C.) e dal suo amico Timone — offrono tuttavia una certa continuità di tradizione critica, mantenendo di fronte alle filosofie dogmatiche un atteggiamento di dubbio metodico. Arcesilao di Pitane (circa 315-241) e Carneade (che venne ambasciatore a Roma nel 155 a. C.), portarono la filosofia scettica nella media Accademia. Più tardi incontriamo Enesidemo di Cnosso (vissuto probabilmente ad Alessandria sul principio dell'era cristiana), un secolo dopo Agrippa, e finalmente Sesto Empirico (3° secolo dopo Cristo) che riassume tutto questo movimento nella sua opera pregevole, fonte cospicua di notizie per la storia del pensiero greco.

I rapporti esteriori che la tradizione segnala fra Pirrone e qualche democriteo come Nausifane, nonchè le tendenze scettiche che si attribuiscono ad altri democritei (Metrodoro, Anassarco) indicano già una certa dipendenza della scepsi da Democrito. D'altronde il legame appare prima di tutto nel motivo morale che ispira la riserva degli scettici di fronte alla vera natura delle cose, giacchè la sospensione del giudizio mirava a conquistare quella atarassia o imperturbabilità dell'animo, che si riduce infine alla vittoria sulle passioni, inculcata dall'Abderita.

Ma il rapporto teorico della scepsi con Democrito resulta da ciò che questi aveva ridotto la realtà alla materia indifferente degli atomi, negando le qualità

sensibili; un passo ulteriore della critica (riportante alla posizione di Protagora) doveva naturalmente estendere il dubbio anche a quelle proprietà primarie in cui il grande atomista aveva scorto l'oggetto intelligibile della conoscenza. E certo questo sviluppo era suggerito dal contrasto fra le vedute dei due razionalisti, sorti a combattere l'empirismo protagoreo: Democrito e Platone. Giacchè questi riteneva proprio come intelligibili quelle stesse qualità (ipostatizzate sotto il nome di idee) che l'altro aveva considerato vane apparenze. Inoltre, anche nello stesso sistema democriteo, si può riconoscere l'origine della critica che investirà gli intelligibili, se — come siamo stati tratti induttivamente ad ammettere — l'Abderita faceva pur nascere l'intelligenza dai sensi. In tal guisa il pensiero antico avrebbe percorso una via non lontana da quella per cui il pensiero moderno giunse dalla posizione di Galileo, di Descartes e di Locke (i quali ripresero la distinzione fra le qualità primarie e le qualità secondarie) alla critica di Berkeley, che — attraverso la teoria della visione — riusciva a negare anche il significato trascendente di codesto sostrato geometrico della materia.

La teoria degli scettici, si noti, non nega affatto il mondo fenomenico, bensì oppugna la pretesa dei dogmatici di affermare qualcosa della verità o della natura delle cose in sè stesse. La critica che essi svolgono a tale scopo, rilevando ciò che vi è di relativo nei criterii della verità, costituisce in gran parte un acquisto durevole per la dottrina della conoscenza: lo

spirito che l'anima è affine a quello del positivismo moderno, salvo il sentimento che la veduta di una scienza più progredita ispira oggi ai critici della metafisica.

Ma per la storia della logica interessa soprattutto esaminare gli argomenti di Carneade contro il concetto aristotelico della dimostrazione: intorno ai quali siamo informati da Sesto Empirico [1]. Ricompare qui l'idea, già affacciata dai predecessori di Aristotele e da questi oppugnata, che ogni prova dia luogo ad un *regressus in infinitum*, poichè ogni premessa deve essere dedotta da un'altra premessa. E questo argomento prende forza dalla negazione di ogni certezza immediata, alla quale gli scettici pervengono (come si è accennato) mercè la veduta che i concetti su cui si ragiona traggono pure origine dal senso, onde l'incertezza della sensazione si riflette anche sull'intelligenza. Quindi viene presa in esame l'opinione che sia lecito fondare la scienza sopra ipotesi, e che queste sieno fatte ferme e valide dalla verità delle conseguenze che se ne deducono. Il passo di Sesto che critica questa opinione [2] non dice chi ne sia l'autore; ma resulta assai chiaro che essa deve riferirsi particolarmente ai fisici matematici, e vi è forse qualche motivo di attribuirla già a Democrito, che per primo propose alla scienza il compito di spiegare razionalmente i fenomeni. Infatti abbiamo già accennato che questi appunto

(1) Adv. Math. VII, 159-189 e VIII in ispecie 367-463.
(2) VIII, 375.

potesse essere preso di mira da Aristotele, ove ei contesta che voler provare le premesse mediante le conclusioni costituisce un circolo vizioso ([1]).

Di nuovo Carneade riprende la tesi aristotelica, notando che dal vero si può dedurre il falso; e certo l'argomento — in stretta logica — non potrebbe essere confutato. Ma, per quanto lo scettico sia portato a dare il maggior peso a questa constatazione negativa, Carneade non vi si arresta. Dopo aver negato l'esistenza di criterî assolutamente certi del vero e del falso, egli accorda pure alla conoscenza un valore probabile; e questo valore lo riconosce, in primo luogo, ad ogni rappresentazione dotata di sufficiente evidenza, ma in grado più alto alle catene di rappresentazioni legate l'una all'altra in un sistema logico (ibidem, VII, 176 e seg.). Non diverso è, in ultima analisi, il criterio positivo con cui anche oggi possiamo giudicare il valore delle teorie scientifiche: soltanto appare, ai nostri tempi, un atteggiamento più fiducioso, che è in rapporto collo sviluppo della trattazione matematica della fisica; mentre il sentimento degli scettici risponde ad una scienza meno evoluta, ed anche — piuttosto che alla mentalità di matematici — a quella dei circoli medici, in cui lo scetticismo antico ebbe accoglienza. Effettivamente l'uso di ipotesi, il cui valore probabile viene desunto dalla verifica sperimentale delle conseguenze che ne dipendono, caratterizza il metodo deduttivo-sperimentale della scienza moderna,

([1]) L. c. An. post., I, 2 (6).

quale si disegna in Kepler, Galileo e Descartes: siccome vedremo più avanti.

L'esame intorno allo sviluppo della logica postaristotelica, in cui abbiamo cercato l'influsso delle idee di qualche predecessore, ci ha mostrato che — in verità — il *realismo logico* di Aristotele è stato superato dallo stesso pensiero greco; il quale ha toccato posizioni affatto conformi alle più alte vedute moderne. Ma della critica specialmente istituita dai geometri dopo Euclide, abbiamo notizie troppo scarse per misurarne il significato; e — secondo le apparenze — dobbiamo ammettere che le fini ricerche di Apollonio su questo soggetto non abbiano trovato prosecutori. D'altra parte l'opera dei filosofi che hanno riflettuto sulla scienza, nel periodo ellenistico, non aderendo propriamente ad uno sviluppo scientifico, e tanto meno matematico, prese spesso quella forma negativa che nel modo più raffinato ci presenta la dottrina scettica. Infatti per osservatori cui non sia dato di riprendere e di proseguire il pensiero profondo dei più antichi filosofi matematici, la confutazione di un ordine di verità necessario, quale è affermato da Aristotele, deve apparire una confutazione della stessa possibilità della scienza.

Resta nondimeno un esempio pieno d'interesse nella storia, quello che ci viene offerto dalla scuola stoica, per cui la trattazione formale della logica si associa ad una dottrina empirica della conoscenza. E, se codesto sviluppo formale approdò ad un arido schema-

tismo (di fronte a cui comprendiamo il disprezzo manifestato dallo stoico Aristone di Chio, nelle parole riferite al principio di questo scritto), tuttavia non si può disconoscere il valore delle analisi logico-grammaticali, mercè cui si riesce a scorgere — in qualche modo — nel linguaggio, l'espressione di una attività costruttiva del pensiero. Fino a che punto gli stoici sieno proceduti su questa via, non vogliamo qui esaminare; ma certo si scopre in essi quella distinzione fra subiettivo ed obiettivo, che — elaborata attraverso il travaglio religioso dell'anima cristiana — riapparirà, agli inizii dell'epoca moderna, come fondamento della filosofia.

8. **Brevi cenni sulla logica medioevale.** — Dalla storia greca passeremo, senza indugiarci al movimento delle idee che accompagna la rinascita della scienza, agli inizî dell'Evo moderno. Basterà rilevare il carattere generale degli sviluppi che la logica ha ricevuto nel periodo intermedio, arido se non del tutto infecondo. Diremo per ciò come la logica aristotelico-stoica fu introdotta da Boezio (470-525) presso i Romani: le sue traduzioni dei primi due trattati dell'Organum (Cathegoriae e De Interpretatione), nonchè della Isagoge di Porfirio, e i commenti con cui egli stesso ed altri scrittori neoplatonici accompagnarono codesti scritti (nel senso della tecnica formale, secondo la tradizione stoica), costituiscono — in questo campo — il fondamento della cultura del più antico Medio Evo. Del resto, la cul-

tura generale, nel periodo di cui discorriamo, sembra rappresentata da un certo numero di Enciclopedie della bassa antichità, come quella di Marciano Capella (del 5° secolo): nelle quali si tratta delle sette *Artes liberales* che, nel tirocinio scolastico, formarono il trivio (grammatica, rettorica e logica) ed il quadrivio (geometria, aritmetica, astronomia e musica). È specialmente degno di nota che questa prima parte del Medio Evo non ha conosciuto, nè le altre opere (logiche, fisiche ecc.) di Aristotile, nè le opere originali di Platone, fuori del Timeo, tradotto in latino da Calcidio. Una più estesa conoscenza di queste opere, ed insieme del movimento scientifico antico, è dovuta ai rapporti dell'Europa colla civiltà araba, di cui si comincia a sentir l'influenza nel secolo 12° (Pietro Ispano); più tardi il Rinascimento umanistico doveva venir fecondato mercè una conoscenza diretta dei testi greci, in seguito alla caduta dell'impero d'Oriente, che addusse numerosi profughi greci segnatamente in Italia.

Ora nella logica scolastica due aspetti sono degni di nota:

1) la progressiva elaborazione della tecnica formale, acuitasi mercè le sottili distinzioni di origine arabo-bizantina;

2) e la grande questione della *realtà degli universali*, di cui a stento riusciamo a comprendere il carattere drammatico, traverso la forma aridamente schematica delle discussioni.

Sorvoleremo affatto sul primo punto, sebbene sa-

rebbe interessante per la storia della logica matematica, di mostrare, per esempio, in Buridano (morto circa il 1360) il riconoscimento della proprietà distributiva della particella « non » rispetto alle « et » e « vel »:

non (*a* et *b*) = non *a* vel non *b*

(notizia segnalatami dall'amico Vacca) o di cercare simili analisi in Paolo Veneto.

Ma, quanto alla questione degli universali, diremo che si tratta dell'antica questione sollevata dalla ideologia platonico-aristotelica, se alle idee generali corrisponda una realtà fuori della mente umana. La quale questione fu riaccesa da un passo dell'Isagoge di Porfirio (I, 3):

« E anzitutto, per ciò che riguarda i generi e le specie, io eviterò di ricercare se esistano di per sè, ovvero se esistano soltanto come pure nozioni dello spirito; e — ammettendo che esistano di per sè — se appartengano alle cose corporee o incorporee; e infine se abbiano esistenza separata ovvero solo nelle cose sensibili... È una questione troppo profonda che esigerebbe uno studio differente da questo e troppo esteso ».

Nel vasto intreccio della polemica medioevale appare che i *nominalisti* (neganti la realtà degli universali) rappresentano, in generale, le tendenze scientifiche, avverso il misticismo platonizzante dei *realisti*. Ciò è vero soprattutto per riguardo ai rinnovatori del nominalismo nel secolo 14°: Guglielmo Occam

(m. 1347) e Giovanni Buridano, rettore dell'Università di Parigi, ai quali è dovuta la teoria che ha preso il nome di *terminismo.* Questa teoria (che si accosta al *concettualismo* di Abelardo) ritiene i concetti (*termini*) come segni subiettivi (signa) delle singole cose, o delle classi di cose, realmente esistenti: la logica si riferisce soltanto alle relazioni di questi segni — scritti, parlati o concettuali — delle cose (Occam, Quodlibeta V. 5).

Occam avverte pure che il concetto assume il suo proprio significato nella proposizione, e spesso in unione a qualche altro termine:

« terminus conceptus est intentio seu passio animae aliquid naturaliter significans aut consignificans, nata esse pars propositionis mentalis ».

Siffatta dottrina supera lo stretto nominalismo e tuttavia nega il realismo: cioè nega che il significato reale del concetto sia da cercare nella sua *comprensione* o *connotazione*, ossia nell'insieme delle *note* o attributi, di cui esso esprimerebbe l'unità sostanziale; e si afferra invece all'*estensione* o *denotazione*, cioè all'insieme degli oggetti rappresentati dal concetto, che — sotto la specie di certe reali somiglianze — vengono veramente unificati nella mente umana.

Al lume di questa veduta, la definizione scolastica, discendente dal generale al particolare, e la logica stessa perdono importanza: onde è fatto invito a volgersi dalle spiegazioni verbali al concreto della esperienza. Ciò spiega abbastanza l'interesse appassionato della polemica intorno agli universali che —

nel mondo sociale e morale — doveva rivendicare la libertà dell' individuo soffocata dalla tirannia delle istituzioni e dall' autorità delle credenze e dell' insegnamento tradizionale. Nulla sembrava più proprio a favorire un tale affrancamento degli spiriti, che abbattere alla radice l' albero delle deduzioni infeconde, ricostruendo induttivamente tutto il sapere. Onde la stessa tendenza si continua ed esplica nella reazione antiaristotelica degli umanisti purificatori della logica dalle sottigliezze scolastiche (Valla, Agricola, Vivès) e si manifesta poi — in nuove forme — nella rinascita del movimento scientifico.



II.

IL RAZIONALISMO E L'EVOLUZIONE DELLA LOGICA MODERNA

9. **Bacone e la logica induttiva.** — L'evoluzione del pensiero moderno è determinata dall'aspirazione scientifica, cui i vecchi schemi scolastici non potevano soddisfare. Gli spiriti si ribellano alle spiegazioni verbali che ricorrono alle qualità occulte, di cui Molière ha fatto la satira:

> quare opium facit dormire?
> quia habet virtutem dormitivam.

E, contro una maniera infeconda di sillogizzare, si appellano — come già abbiamo rilevato — al concreto dell'esperienza.

C'è dunque, fino dai primordi della scienza rinnovata, una tendenza a procedere induttivamente dal particolare al generale; ma questa si manifesta non solo nell'atteggiamento di chi confronta i dati sperimentali per assorgere a induzioni propriamente dette, bensì anche nel concetto che i più grandi pensatori

accolgono del così detto metodo deduttivo: di cui la tradizione restringe erroneamente il significato, ritenendolo come pura discesa dal generale al particolare. Perciò il progresso del pensiero moderno viene espresso in una maniera inadeguata allorchè si contrappone all'antica logica deduttiva di Aristotele una nuova logica induttiva, che Bacone avrebbe fondato nel « Novum Organum scientiarum » (1620), e che — in tempi più recenti — avrebbe trovato una perfetta esposizione e sistemazione nell'opera dello Stuart Mill.

Infatti il metodo che Bacone inculca per arrivare alle conoscenze generali — cioè di paragonare le osservazioni o esperienze particolari, tenendo conto non solo delle somiglianze (come nella *enumeratio simplicium* di Aristotele) bensì anche delle istanze negative — non corrisponde ancora al più largo uso del *ragionamento sperimentale*, quale si pratica nella fisica moderna. Chè, se il filosofo inglese — raccogliendo l'eredità di Bernardino Telesio (1508-1588) — ha visto come l'interpretatio naturae « a sensu et particularibus excitat axiomata, ascendendo continenter et gradatim, ut ultimo loco perveniatur ad maxime generalia » (op. c., I, 19), ha avuto torto di riguardare questo sviluppo ascendente del pensiero come contrapposto al metodo delle (più generali) « anticipationes naturae » da cui si deducono gli « axiomata media »: laddove siffatta deduzione appunto, deve essere intesa come un momento dello stesso processo induttivo. L'autore del Novum Organum rivela qui una insuf-

ficiente veduta del valore della determinazione quantitativa, e pur avendo qualche debole accenno all'ipotesi, di cui ha scorto il valore di chiarificazione (citius emergit veritas ex errore quam ex confusione), non mostra di aver compreso tutta l'importanza che essa può assumere mercè l'istrumento matematico. Per questo riguardo Francesco Bacone di Verulam — vissuto dal 1561 al 1626 — mentre si proclama araldo (buccinator) del rinnovamento scientifico, rimane effettivamente indietro a ciò che pensatori precedenti, come Leonardo da Vinci (1) (1452-1519) hanno già intuito in una maniera più comprensiva, e scienziati contemporanei, come Keplero (1571-1630) e Galileo (1564-1642), hanno anche splendidamente realizzato.

Qui giova dire che Bacone, non soltanto non ha istituito egli stesso osservazioni o esperienze, ma talora anche resta legato al pensiero scolastico, come nella pseudo-induzione che gli fa proporre la ricerca delle « forme » o qualità semplici delle cose (naturae simplices) — denso, raro, bianco ecc. — da cui le cose stesse dovrebbero resultare per composizione, alla maniera degli alchimisti. Dove lo stesso A. ravvisa un' interpretazione della dottrina platonica (cfr. De Augmentis scientiarum, III, 4): forse un'interpretazione riportante al concetto della materia di Anassagora, a cui il Tannery riattacca appunto l'origine della teoria delle idee.

(1) Cfr. p. es. le massime 1148-1160 in J. P. Ricter, *The literary Works of Leonardo da Vinci*, Londra, 1883, vol. II p. 288.

Un amico, cultore della letteratura sanscrita, mi ripeteva — un giorno — questa sentenza di un filosofo indiano: Esistono tre specie di grandi uomini: coloro che nascono, quelli che diventano, e quelli che sono fatti. Non parrà irriverenza ascrivere, un poco, Bacone a questa terza categoria: imperocchè i più grandi empiristi che gli successero nel cielo della filosofia inglese, esaltarono in lui il primo, fra i compatriotti, che abbia espresso, in sull'aprirsi della nuova èra, le loro tendenze.

Con queste riserve non intendiamo disconoscere i servigi che la *trombetta* di Bacone (come il martirio del suo predecessore Pietro Ramus) può aver recato alla battaglia di demolizione, che occorreva combattere per la salute della scienza. Tanto più che (trascorrendo sulla vivacità della forma) poniamo sostanzialmente a merito di Bacone di essersi fatto portavoce delle idee dominanti nei circoli scientifici contemporanei, precisamente in quei giudizî che la reazione filosofica del secolo decimonono gli rimprovera come antistorici: quando, per esempio, egli proclama la grandezza dei filosofi greci precedenti Platone ed Aristotele, e soprattutto di Democrito [1], uscendo fuori nelle frasi scandalose che « non Platone, nè Aristotele, ma Genserico, Attila e i barbari

[1] De principiis atque originibus secundum fabulas cupidinis et coeli, sive Parmenidis et Telesii et praecipue Démocriti philosophia tractata in fabula.

cacciarono quella filosofia » e che « dopo il naufragio di questa dottrina, le tavole platoniche e aristoteliche della filosofia, come materia più lieve e gonfia sono state conservate e tramandate fino a noi.... ». Dove il Nostro esprimeva l'intimo convincimento che gli scienziati della sua epoca avevano tratto dallo studio accurato dello stesso Aristotele: poichè attraverso a questo, e alle altre fonti della tradizione antica, erano giunti a ritenere i più antichi Greci quali precursori immediati del loro proprio lavoro (1).

Ora a questi scienziati — che, invero sono anche, in maggior senso, filosofi — noi chiederemo il nuovo concetto della logica della scienza, nella quale lo sviluppo deduttivo ha pur sempre il più largo posto. E quando ne avremo seguito il cammino, fino alla riforma dell'ordine aristotelico compiuta nel secolo decimonono, ci sarà dato di misurare effettivamente il valore della cosidetta logica induttiva (che di fatto contempla solo le forme inferiori della costruzione scientifica) di fronte al vero aspetto induttivo della scienza più elevata. Apparirà allora che all'ideale di una scienza dimostrativa fondata su principî immobili, e perciò essa stessa immobile, si è sostituito il concetto di un progresso; onde la costruzione scientifica si vede erigersi, non tanto sui primi principî che ven-

(1) Cito, per esempio, una lettera di Keplero a Galileo, in data 19 aprile 1610, dove si parla dell'ipotesi dell'infinità dei mondi « che piacque a Democrito e a Leucippo, e fra i più recenti a Bruno e a Bruzio, nostro comune amico ». (*Opere di Galileo*, III, 106 e X, 321).

gono suggeriti immediatamente dalle osservazioni elementari, quanto — in ogni sua fase storica — su quelli che resultano come conseguenze dello sviluppo scientifico precedente, poichè la deduzione da ipotesi provvisoriamente accettate, conduce — attraverso il cimento dell'esperienza — alla loro critica e al loro rinnovamento.

10. **Il concetto razionalistico della scienza in Keplero e Galileo.** — Due motivi di ordine diverso sembrano influire massimamente sopra l'evoluzione del concetto della logica, agli inizî dell'èra moderna, cioè:

1°) l'estensione delle matematiche, che — dalla geometria e dall'astronomia degli antichi — si allargano a comprendere anche la meccanica e la fisica;

2°) e lo sviluppo del simbolismo del calcolo (prima algebrico, e poi infinitesimale).

Per ciò che concerne il primo punto, è chiaro anzitutto come la visione di una scienza del divenire debba entrare naturalmente in lotta col realismo platonico-aristotelico, ispirato ad un concetto statico della scienza, sul modello della geometria. Ma esaminiamo più da vicino le idee che hanno professato, in parte anche esplicitamente, sulla logica, i fondatori dell'astronomia e della meccanica moderna.

È noto che la mente di Keplero, si sciolse solo a grado a grado da pregiudizî ed oscurità che l'offuscarono in un primo periodo della sua vita, per giun-

gere infine a quelle precise vedute scientifiche che si accompagnano alla sua immortale scoperta delle leggi del moto planetario. Questa evoluzione, che non ha soltanto un interesse psicologico, si spiega in parte colla circostanza che il primo impulso a speculare sembra essere venuto a Keplero dai pitagorici, nei quali appunto egli ha trovato quel miscuglio di alte vedute e di idee mistiche, da cui ebbe fatica a liberare il suo pensiero scientifico. Così, per esempio, nel Mysterium Cosmograficum, ei ricerca ancora la spiegazione dell'ordine dei mondi, in quei corpi geometrici regolari, che i detti pitagorici avevano circondato di una venerazione quasi-religiosa.

Tuttavia, in questa stessa opera, Keplero è già condotto a interessanti considerazioni di logica, poichè — nel Cap. I, discutendo del sistema copernicano — ribatte la tesi di coloro che, sull'esempio di Aristotele, negano potersi provare le premesse dalle conseguenze « freti exemplo accidentiae demonstrationis, quae ex falsis praemissis Syllogistica verum aliquid infert ». Egli invoca un argomento di probabilità, notando che la deduzione di qualche vero dal falso è fortuita, e però chi parta da false premesse s'imbatterà, prima o poi, in conseguenze che appariranno erronee, a meno che assuma successivamente altre infinite proposizioni false.

Più chiaramente, nel Liber I dell'Epitome Astronomiae Copernicanae ([1]), Keplero descrive il pro-

([1]) E già molti anni prima nel lavoro incompiuto Apologia Tychonis contra Ursum.

cesso logico della scienza che, movendo dalle osservazioni preliminari, sale induttivamente alle ipotesi atte a salvare le apparenze, delle quali deve poi misurare il valore, esaminando le loro conseguenze al lume della geometria, della fisica e della metafisica. Ciò che merita di esser rilevato è il carattere razionalistico della veduta kepleriana; infatti egli non fa dipendere la scelta fra le ipotesi dalla conferma o dalla contraddizione delle osservazioni (e in effetto le apparenze dei moti celesti sono ugualmente spiegate dalle tre ipotesi, di Tolomeo, di Copernico e di Tycho Brahe, fra cui si trattava di scegliere), ma invece dalla conformità o meno con altre *ragioni*: « non enim debet esse licentia Astronomis fingendi quidlibet sine ratione ». Onde si vede come il pitagorico, che le osservazioni di Tycho e le proprie hanno allontanato dalla presunzione di poter determinare del tutto a priori le leggi dell'universo (fondandosi appunto sui poliedri pitagorici), s'ispiri pur sempre — nella sua matura coscienza scientifica — ai criterî meglio intesi della filosofia pitagorica.

Ora, lo stesso concetto razionalistico della scienza si ritrova, in qualche modo, al fondo del pensiero di un altro scienziato che, per la circostanza di essere l'instauratore del metodo sperimentale, viene giudicato comunemente in modo affatto diverso: sebbene la stessa origine di questo metodo non si riesca ad intendere convenientemente senza quella veduta.

Il sommo filosofo di nostra gente, Galileo Galilei,

fin da giovanetto vedesi indotto a riflettere sulla logica dimostrativa, dallo studio di Aristotele. Ne fa prova un manoscritto che l'editore dell'edizione nazionale delle Opere non ha creduto di pubblicare per intero, riguardandolo come un'esercitazione scolastica da Galileo semplicemente trascritta, ma di cui ha pur dato un istruttivo sommario (1). In questo sono meritevoli di rilievo talune questioni: per esempio, se la conoscenza delle premesse sia maggiore e più perfetta di quella delle conclusioni, se i principî della scienza sieno così noti che non possano provarsi con alcuna ragione, o se vi sia regresso dimostrativo ecc. Pur ammessa l'accennata tesi dell'editore, che il manoscritto galileiano sia un'esercitazione dettata da altri, resta sempre che lo scolaro dovette meditare tali questioni, di cui si può arguire non abbia cessato di occuparsi anche più tardi, nella piena maturità della sua intelligenza.

Un esame dell'opera di Galileo, che non può essere qui sviluppato, mostra che il Nostro, iniziando la sua attività colla spiegazione e colla critica di Aristotele, venne presto ad accogliere le vedute dei filosofi criticati da Aristotele e principalmente di Democrito: del quale, quando egli comincia a tacere per motivo di prudenza, gli viene rimproverato dagli avversarî di seguir le dottrine; e di cui infatti prese a sviluppare, non solo i principî della fisica, ma anche — come vedremo — alcune vedute filosofiche fondamentali.

(1) Opere, IX, 280-281.

Il criterio razionalistico della scienza si mostra in tutta la ricerca di Galileo, che tende sempre alla deduzione dei fenomeni da ipotesi comprensibili, trattate matematicamente. Egli stesso dice, per esempio, nelle postille alle « Esercitazioni filosofiche di Antonio Rocco » (1), che della uguale velocità di caduta dei gravi, indipendentemente dalla massa, ei fu « persuaso dalla ragione, *prima* che assicurato dal senso », imperocchè si era « formato un assioma da non poter essere revocato in dubbio », cioè che la riunione di due masse uguali non poteva accrescere la velocità della caduta.

E questo principio di ragion sufficiente compare pure implicitamente in altre sue dimostrazioni. Vero è che spesso il Nostro si appella all'osservazione e all'esperienza, come a giudici per dirimere la sua controversia cogli avversari; ma la maniera di questo appello, esaminata più da vicino, non smentisce il suo razionalismo. Anzitutto la testimonianza dei sensi è invocata piuttosto dai peripatetici contro di lui, che da lui stesso. Così nel « Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo » è Simplicio che riferisce l'opinione di Aristotele « che le sensate esperienze si dovessero anteporre a qualsiasi discorso fabbricato dall'ingegno umano, e... che quelli che avessero negato il senso, meriterebbero di esser castigati col levargli quel tal senso » (2); e Salviati, dopo aver risposto

(1) Opere, VII, 731.
(2) Opere, VII, 75.

che Aristotele muterebbe opinione quando potesse vedere le nuove osservazioni, aggiunge queste riflessioni caratteristiche: « quando la conclusione è vera, servendosi del metodo risolutivo, agevolmente s'incontra qualche proposizione già dimostrata, e si arriva a qualche principio più noto; ..... E non abbiate dubbio che Pitagora gran tempo avanti ch' e' ritrovasse la dimostrazione per la quale fece l'ecatumbe, si era assicurato che il quadrato del lato opposto all'angolo retto nel triangolo rettangolo era eguale ai quadrati degli altri due lati; ..... ». Così per lo più nelle scienze dimostrative, dice Salviati, si procura prima per via dei sensi di assicurarsi *quant' è possibile* della conclusione ecc. ecc.

Queste riflessioni (che si direbbero suggerite da Archimede, se la sua operetta sul Metodo fosse stata conosciuta a quei tempi) indicano come Galileo mirasse a trovare, di là delle osservazioni preliminari atte a suggerire la via della ricerca, una vera dimostrazione, fondata sopra principî accoglibili dalla ragione. Giacchè la distinzione fra esperimento e dimostrazione appare pure nelle parole che, più avanti nello stesso Dialogo, l' A. mette in bocca a Salviati, che « una sola esperienza o concludente dimostrazione che si avesse in contrario, basta a battere in terra.... centomila argomenti probabili ».

D' altronde lo stesso Galileo aveva già detto « quello che in tutte le scienze dimostrative è da osservare....: che è di proporre le diffinizioni dei termini propri di questa facultà, e le principali suppo-

sizioni, dalle quali come da fecondissimi semi pullulano le cause e le vere dimostrazioni delle proprietà di tutti gl'istrumenti meccanici » ([1]). E, in altro luogo, ragionando sugli errori del senso, aveva sostenuto che non si può ammettere come principio generale l'ingannarsi, ma che i maggiori errori del senso vengono corretti dai matematici, poichè « l'inganno non è nel sensibile comune, ma nel proprio » ([2]); dove egli adotta, insomma, le vedute democriteo-aristoteliche sull'origine delle idee generali.

Meglio ancora che negli esempi precedenti, la filosofia razionalistica di Galileo si palesa nella discussione sulle proprietà della materia che « Il Saggiatore » riprende da Democrito. Dice ([3]) « ben sento tirarmi dalla necessità, subito che concepisco una materia o sostanza corporea, a concepire insieme ch'ella in relazione ad altre è grande o piccola, ch'ella è in questo o quel luogo, in questo o quel tempo, ch'ella si muove o sta ferma, ch'ella tocca o non tocca un altro corpo, ch'ella è una, poche o molte, nè per veruna immaginazione posso separarla da queste condizioni; ma ch'ella debba esser bianca o rossa, amara o dolce, sonora o muta, di grato o d'ingrato odore, non sento farmi forza alla mente di doverla apprendere da cotali condizioni necessariamente accompagnata; anzi se i sensi non ci fussero scorta, forse il discorso o l'immaginazione per se stessa non vi arri-

([1]) Opere, II, 159.
([2]) Opere, III, 321.
([3]) Opere, VI, 347.

verebbe già mai. Per lo che vò io pensando che questi sapori, odori, colori ecc., per la parte del soggetto nel quale ci par che riseggano, non sieno altro che puri nomi, ma tengano lor residenza solamente nel corpo sensitivo.... »; e più avanti: « Ma che nei corpi esterni, per eccitare in noi i sapori, gli odori e i suoni, si richiegga altro che grandezze, figure, moltitudini e movimenti tardi o veloci, io non lo credo ».

Precisamente all' intuizione delle più semplici proprietà di queste grandezze e figure e dei loro moti, Galileo domanda in generale di porgere i principî della scienza dimostrativa, che da quelli deduca tutte le verità più riposte. Procedimento che sembra a lui una benchè pallida immagine della scienza intuitiva d' Iddio, poichè « l' intelletto divino con la semplice apprensione della sua essenza comprende, senza temporaneo discorso, tutta la infinità di quelle passioni; le quali anco poi in effetto virtualmente si comprendono nelle definizioni di tutte le cose, e che poi finalmente, per essere infinite, forse sono una sola nell' essenza loro e nella mente divina. Il che nè anco all' intelletto umano è del tutto incognito.... ». Infatti quei passaggi « che l' intelletto nostro fa con tempo e con moto di passo in passo, l' intelletto divino, a guisa di luce trascorre in un istante, che è lo stesso che dire, gli ha sempre presenti » ([1]).

Ma che valore aveva dunque per Galileo l' esperienza, alla quale abbiam dètto che volentieri ei si

([1]) Opere, VII, 129.

sottometteva, nelle controversie con avversari incapaci d'intendere le sue ragioni?

Ella era, per lui, un *cimento* a cui la vera dottrina va incontro, sicura di poter sfidare la natura a rispondere diversamente da ciò che la ragione fa attendere, un modo insomma di far brillare quella verità che gran cosa sarebbe che potesse avere sì poco di luce che non apparisse fra le tenebre dei falsi, e che tanto maggiormente cava la maschera a una falsa opinione quanto più si cerca questa di far apparir vera. Tale è il significato delle più celebri esperienze di Galileo e dei suoi discepoli: ad esempio dell'esperienza del barometro istituita da Torricelli.

Infatti l'esperienza doveva apparire tanto più significativa, quanto più lo sperimentatore era assistito dal convincimento che « di un effetto una sola è la cagione primaria e vera » [1] mentre tutto il resto è favoloso e falso.

La prova dell'esperimento era dunque concepita da Galileo, più pel suo valore negativo che positivo; la logica dimostrativa si riconduceva così alle origini della dialettica, dappoichè il metodo sperimentale assumeva l'aspetto di un procedimento di riduzione all'assurdo; e questa analogia è stata già rilevata da Duhem e da Vailati.

Soltanto a grado a grado, nella scuola galileiana, viene in luce l'idea che l'esperienza di per se stessa possa costituire la premessa della ricerca. Qui giova

[1] VII, 447.

segnalare una lettera di G. B. Baliani a Galileo, in data 1° luglio 1639 ([1]). Dice:

« Io invero ho giudicato che l' esperienze si debbano por per principii delle scienze, quando son sicure, e che dalle cose note per lo senso sia parte della scienza condurci in cognitione delle ignote ».

E, dopo aver accennato a qualche apparente riserva di Galileo, che di queste cose promette trattare altra volta, Baliani prosegue:

« si come i principii delle scienze sogliono essere deffinitioni, assiomi e petitioni, (giudico) che queste nelle cose naturali sieno per lo più esperienze, e sopra tali sono fondate l'astronomia, la musica, la meccanica . . . ».

Per tal guisa l'antica distinzione, stabilita dai Greci, fra assiomi e postulati, veniva ripresa per riguardo alle premesse, non più della geometria ma della fisica matematica. Da che naturalmente risorgeranno le antiche discussioni: se i postulati (petitioni) possano eliminarsi, fondando la scienza sopra soli principî evidenti a priori, o per contro se la distinzione stessa debba cedere ad un esame approfondito che scopra la natura sperimentale di tutti i principî.

11. **La logica di Descartes.** — Le idee che abbiamo visto professate da Keplero e da Galileo, intorno al valore della deduzione per giudicare delle ipotesi, viene pure espressa molto lucidamente da

([1]) Opere di Galileo, XVIII, 69.

Descartes, al termine del Discours de la Méthode del 1637 (1):

« Que si quelques-unes de celles (choses) dont j'ai parlé au commençement de la *Dioptrique* et des *Météores*, choquent d'abord à cause que je les nomme des suppositions et que je ne semble pas avoir envie de les prouver, qu'on ait la patience de lire le tout avec attention et j'espère qu'on s'en trouvera satisfait: car il me semble que les raisons s'y entresuivent en telle sorte que, comme les dernières sont démontrées par les premières, qui sont leur causes, les premières le sont reciproquement par les dernières, qui sont leurs effets. Et on ne doit pas imaginer que je commette en ceci la faute que les logiciens nomment un cercle: car l'expérience rendant la plupart des effets très certaine, les causes dont je les déduit ne servent pas tant à les prouver qu'à les expliquer; mais tout au contraire ce sont elles qui sont prouvées par eux ».

Quando scriveva queste parole, Descartes (1596-1650) aveva appena passato i quarant'anni ed era giunto a formulare i principî della sua filosofia razionalistica, di cui nel 1641 dava una nuova espressione nelle Meditationes metaphysicae. L'importanza accordata alle esperienze rivela la parte che tengono, nella

(1) Oeuvres, ed. Adam et Tannery, VI, 76. Riferendomi a questa edizione a cura dell'Accademia di Parigi, stimo tuttavia conveniente di non riportare l'ortografia arcaica dell'originale, che può disturbare un lettore non assuefatto.

maturazione del suo spirito, le idee di Bacone. Della cui influenza si ha la prova nella corrispondenza con Mersenne: infatti nella lettera del 23 decembre 1630, rispondendo al desiderio espressogli di conoscere un mezzo per fare delle esperienze utili, Descartes dice: A celà je n'ai rien à dire, après ce que Verulamius en a écrit, si non que sans être trop curieux à rechercher toutes les petites particularités touchant une matière, il faudrait principalement faire des Recueils généraux de toutes les choses les plus communes.... : Comme, que toutes les coquilles sont tournées en même sens, et savoir si c'est le même au delà de l'équinotial.... ». Anche nella lettera del 5 aprile 1632, egli scrive che le cose su cui ha tentato di aprire il cammino, col tempo, spera di farle conoscer tutte « en ajoutant l'experience à la ratiocination » ; mentre il 10 maggio dello stesso anno torna ad alludere al metodo di Bacone (Verulamio) di descrivere il cielo senza metterci ragioni nè ipotesi.

Tuttavia, a guardarci più da vicino, sembra che il valore delle esperienze, per Descartes, consistesse specialmente in ciò che esse eccitano la riflessione e conducono, con metodo analitico o regressivo, alla scoperta delle ragioni prime delle cose, da cui deve muovere la spiegazione sintetica della scienza. Infatti gli argomenti scettici, ch'egli ebbe a meditare (¹), lo hanno troppo convinto delle fallacie del senso: contro le quali ei non vede altro criterio sicuro se non il

(¹) Cfr. p. es. Oeuvres, I, 353.

lume naturale dell'intelligenza, cioè la chiarezza del pensiero.

Come, d'altronde, il filosofo abbia fatto muovere la sua speculazione dal dubbio metodico; come abbia creduto di risolvere il dubbio ritrovando nella coscienza la prova dell'esistenza di sè; e a partire da questo principio (di origine agostiniana) abbia pôrto quindi la dimostrazione a priori dell'esistenza d'Iddio, riprendendo in forma lievemente modificata l'argomento ontologico d'Anselmo; come, infine, dalla veracità d'Iddio egli abbia tratto la conferma del lume naturale, di cui pure aveva ritenuto un momento di dover dubitare: tutto questo sviluppo di argomenti teologici è abbastanza noto, ed anche abbastanza inutile per la comprensione dei criterî logici cartesiani, perchè possiamo dispensarci dal tenerne parola.

La più precisa esposizione della logica di Descartes ci vien presentata dalle Regulae ad directionem ingenii (Oeuvres, X, 339-469). Citiamo in ispecie:

Regula III. Circa objecta proposita non quid alii senserint, vel quid ipsi suspicemus, sed quid clare et evidenter possimus intueri, vel certe deducere quaerendum est; non aliter enim scientia acquiritur.

Regula V. Tota methodus consistit in ordine et dispositione eorum ad quae mentis acies est convertenda, ut aliquam veritatem inveniamus. Atque hanc exacte servabimus, si propositiones involutas et obscuras ad simpliciores gradatim reducamus, et deinde ex omnium simplicissimarum intuitu ad aliarum omnium cognitionem per eosdem gradus ascendere tentemus.

Nella successiva regola VI si spiega come abbiansi a distinguere le proposizioni semplicissime dalle involute; nella IX si prescrive di rivolgere la massima attenzione alle cose minime e facili, finchè si giunga a intuire distintamente e chiaramente la verità; e nella XVII di intuire la mutua dipendenza dei termini « per veros discursus » astraendo dall'esser questi noti od ignoti. Accanto a queste norme, tendenti alla sistemazione logica del sapere, viene bensì consigliato di non omettere l'ausilio dell'immaginazione, dei sensi, della memoria (XII) e di descrivere le figure a cui si riferisce il ragionamento (XV), ma soltanto per eccitare e ritenere l'attenzione dell'intelligenza.

Ci piace di completare queste regole rilevando la caratteristica posizione del pensiero cartesiano rispetto al consensus gentium, quale appare da una lettera a Huygens [1] (16 ottobre 1639):

« L'auteur prend pour règle de ses vérités le consentement universel; pour moi, je n'ai pour règle des miennes que la lumière naturelle, ce qui convient bien en quelques choses: car tous les hommes ayant une même lumière naturelle ils semblent devoir tous avoir les mêmes notions; mais il est très différent en ce qu'il n'y a presque personne qui se serve bien de cette lumière, d'où vient que plusieurs ... peuvent consentir à une même erreur, et il y a quantité de choses qui peuvent être connues par la lumière naturelle, auxquelles jamais personne n'a fait reflexion ».

(1) II, 596-7.

Così il criterio della verità, alla stregua del lume naturale, non viene riposto nel consensus gentium (come per Eraclito e per Socrate) sebbene abbia radice in quelle idee innate che dalla tradizione stoica, interpretata traverso gli eclettici e i neo-platonici, venivano pôrte come « notiones communes ».

Evidenza dell'intuizione concettuale, cioè valore delle idee chiare e distinte; questo è il lume naturale che Descartes prende come criterio della verità. E se, come già accennammo, Democrito e Platone gli hanno aperto la strada, e se già Galileo ha pure professato — in qualche modo — la stessa veduta, il filosofo francese l'ha fatta propria per la nettezza e la forza con cui la proclama, e per la coerenza con cui l'applica, soprattutto nella riflessione sulla natura. Qui la purezza del razionalismo si afferma anche traverso qualche errore, o pregiudizio teorico, che può bensì diminuire il valore della sua fisica, ma ne fa apparire la filosofia tanto più espressiva di una significante posizione dell'umano pensiero. Mentre, d'altra parte, il significato di questa si rileva più ricco nell'apprezzamento morale della coscienza chiara (la confusione e l'errore frutto di volontà oscura), che già gli antichi scettici avevano espresso con la bella sentenza riferita da Sesto Empirico: « Coloro che discorrono in modo oscuro, fanno come quelli che, per qualche scopo, lanciano freccie nelle tenebre ».

Ma, che cosa importi scientificamente l'evidenza e la concepibilità, si vede soprattutto nei principî

della meccanica cartesiana, dove l'A., risalendo più indietro di Democrito, fino a Parmenide d'Elea (nel senso stesso che viene indicato dal Timeo platonico), è tratto a impugnare il vuoto, ritenendo lo spazio come corporeo (1); e dove il concetto parmenideo della materia estesa lo conduce alla negazione delle qualità sensibili (2), già professata da Democrito e Galileo; meglio ancora nella tesi, — pienamente conforme ad una retta interpretazione delle dottrine eleatiche — che concerne la relatività del movimento (3) (niente di più positivo nel moto di un uomo sopra un naviglio, che nella quiete di un altr'uomo che lo veda allontanarsi dalla sponda): vedute che Descartes riassume al termine della 2ª parte dei Principia philosophiae, (4) dicendo: « non alia principia in Physica quam in Geometria, vel in Mathesi abstracta, a me admitti, nec optari, quia sic omnine naturae phaenomena explicantur et certe de iis demonstrationes dari possunt ».

Del resto, l'importanza delle tesi cartesiane sta in ciò: che esse esprimono, almeno fino ad un certo punto, esigenze della ragione (intesa come facoltà intuitiva), le quali — pur negate e sopraffatte dalla più facile rispondenza dei fatti ad altre ipotesi — tendono naturalmente a riaffermarsi nella storia della scienza, dove appunto l'etere viene a riprendere il

(1) V, 345; VIII, 49.
(2) VIII, 45-51; cfr. V, 190, 238-39.
(3) V, 348; VIII, 48, 53, 57.
(4) VIII, 78.

posto del vuoto, e dove oggi rivive — contro Democrito, Galileo e Newton — la relatività del movimento.

12. **Logica di Pascal** e **di Porto Reale.** — Il pensiero cartesiano si riflette nella logica di Blaise Pascal (1623-1662) e in quel trattatello uscito fuori dai medesimi circoli (di cui sono indicati come autori Arnauld e Nicole) che ha per titolo: « Logique ou art de penser » ed è comunemente designato col nome di Porto Reale.

Nelle Pensées di Pascal, e precisamente agli art. II, III della prima parte dell'edizione Bossut [1], si accenna ad un ordine logico della scienza assolutamente perfetto, che viene così disegnato:

« Cette véritable méthode, qui formerait les démonstrations dans la plus haute excellence, s'il était possible d'y arriver, consisterait en deux choses principales: .... définir tous les termes et prouver toutes les propositions »; ma « cette méthode.... est absolument impossible: car il est évident que les premiers termes qu'on voudrait définir en supposeraint de précedents pour servir à leur explication, et que de même les premières propositions qu'on voudrait prouver en supposeraint d'autres qui les précédassent, et ainsi il est clair qu'on n'arriverait jamais aux premières. Aussi, en poussant les recherches de plus en plus on arrive nécessairement à des mots primitifs qu'on ne peut

[1] Cfr. Pensées de B. Pascal: Paris, Lefèvre, 1836, pag. 59-90.

plus définir, et à des principes si clairs, qu'on n'en trouve plus davantage pour servir à leur preuve ». Si ha così l'ordine logico più perfetto che sia dato all'uomo di realizzare, sull'esempio della geometria. Il quale viene definito da Pascal mediante le regole che qui riportiamo [1]:

« *Règles pour les définitions.* — 1.° N'entreprendre de définir aucune des choses tellement connues d'elles-mêmes, qu'on n'ait point de termes plus clairs pour les expliquer.

« 2.° N'omettre aucun des termes un peu obscurs ou équivoques sans définition.

« 3.° N'employer dans la définition des termes que des mots parfaitement connus ou déjà expliqués.

« *Régles pour les axiomes.* — 1.° N'omettre aucun des principes nécessaires sans avoir demandé si on l'accorde, quelque clair et évident qu'il puisse être.

« 2.° Ne demander en axiomes que des choses parfaitement évidentes d'elles-mêmes.

« *Régles pour les démonstrations.* — 1.° N'entreprendre de démontrer aucune des choses qui sont tellement évidentes d'elles-mêmes qu'on n'ait rien de plus clair pour la démontrer et prouver.

« 2.° Prouver toutes les propositions un peu obscures, et n'employer à leur preuve que des axiomes très-évidents, ou des propositions déjà accordées ou démontrées.

[1] Ibidem, pag. 82-83.

« 3.° Substituer toujours mentalement les définitions à la place des définis, pour ne pas être trompés par l'équivoque des termes que les définitions ont restreint ».

Le stesse regole si ritroveranno in un forma assai meno precisa, nella logica di Porto Reale (1).

Esse non solo esprimono nitidamente le antiche esigenze dei geometri sull'ordinamento della scienza, ma vi aggiungono alcunchè di notevole:

1) Viene soppressa la distinzione fra assiomi e postulati, richiedendosi ugualmente l'evidenza di tutte le proposizioni primitive.

2) Si richiede di enunciare *tutti* gli assiomi, per quanto evidenti, domandando che sieno accordati.

3) E alla precedente richiesta si accompagna il concetto che la definizione sia puramente nominale: « On ne reconnait en géométrie, que les seules définitions que les logiciens appellent *définitions de nom* (2) ». Ciò già rilevammo costituire una condizione pregiudiziale perchè abbia senso la richiesta 2). Ma il valore e il significato di quest'ultimo punto, e lo sviluppo delle idee che vi si riferisce, formerà oggetto di un particolare esame da parte nostra.

Qui ci limitiamo ad osservare che Pascal segna il più alto vertice della critica logica cartesiana: il suo pensiero contiene implicite le esigenze della critica contemporanea, che però non arrivano ad essere formulate in maniera esplicita e nemmeno riconosciute

(1) IV, Partie, Ch. X.
(2) Pensées. l. c. fig. 60.

nelle applicazioni concrete. I francesi che — come Hoüel — ripresero nel secolo decimonono le regole pascaliane, assumendole a criterio direttivo per l'enunciazione dei postulati della geometria, varranno ad illustrare ciò che ancora manca ad esse per caratterizzare un vero ordine logico della scienza.

13. **Critica dell' intuizione cartesiana da parte di Gassendi e di Hobbes.** — Tutto il valore ed il senso della logica cartesiana dipende dal significato che si attribuisca all' *intuizione*, da cui deriva l' evidenza dei principî. Ma appunto questo significato resta dubbio ed oscuro. Se si guarda all' uso che effettivamente se ne fa, per esempio nel costruire la meccanica, l' intuizione non parrebbe differire dall' immaginazione, o rappresentazione — sia pure astratta e semplificata — del sensibile. All' opposto invece lo stesso Descartes rigetta, con forza, questa interpretazione: intuizione è, per lui, una visione del concetto puramente intellettuale che, secondo la dottrina platonica del Teeteto, non ha nulla a che fare coll' immaginazione, o col senso. Quando cerca di approfondire la sua tesi, il Nostro ci presenta il pensiero nell' atto di cogliere immediatamente (come « per veros discursus ») i rapporti logici fra certi termini, vedendo in un sol punto le possibili contraddizioni delle idee evocate davanti allo spirito. In questo caso però l' intuizione sembra potersi fare scomparire del tutto, mettendo al suo posto delle definizioni di termini e la deduzione logica.

Le due opposte interpretazioni del pensiero cartesiano emergono dalla discussione a cui tale pensiero fu assoggettato per parte di eminenti critici contemporanei: in ispecie di Gassendi e di Hobbes.

La critica di Gassendi è contenuta nelle: « Objectiones quintae » alle Meditationes de prima philosophia di Descartes (1). Qui, prendendo argomento dall' esame della 5ª meditazione, il critico chiaramente esprime la tesi che tutte le idee hanno origine sensibile, nè ve ne sono d' innate:

« Se, come dicevo or ora, voi foste stato talmente privato di tutte le funzioni dei sensi che non aveste mai veduto niente e che non aveste mai toccato diverse superficie o estremità dei corpi, pensate voi che avreste potuto formare in voi stesso l' idea del triangolo o di qualunque altra figura? »

E più oltre — a proposito della 6ª meditazione — prendendo a parlare del chiliagono, dice che la forza o il significato della parola può bensì fare che si concepisca, in qualche modo, codesta figura, ma non così che si possano *concepire* i suoi mille angoli, più che non si possano *immaginare*. Concepire ed immaginare, spiega difatti in appresso, non sono che una sola e medesima facoltà, differendo soltanto per il grado.

D' altronde nelle « Objectiones tertiae (2) » (che è noto appartenere ad Hobbes), e precisamente nella

(1) Oeuvres, VII, 256-391.
(2) Ibidem, VII, 171-196.

14ª obiezione alla 5ª meditazione (a pag. 193), si osserva:

« L'idea che il nostro spirito concepisce del triangolo viene da un altro triangolo che noi abbiamo veduto o inventato sulle cose che abbiamo vedute; ma poichè una volta abbiamo chiamato col nome di triangolo la cosa da cui pensiamo che l'idea del triangolo tragga la sua origine, anche se questa cosa perisca, il nome resta sempre ».

E nella obiezione 4ª (pag. 177):

« C'è una grande differenza fra immaginare, cioè avere una qualche idea, e concepire coll'intelletto, vale a dire concludere ragionando che qualcosa è o esiste; ma il sig. Descartes non ci ha spiegato in che differiscano.... ».

« Che diremo ora se forse il ragionamento non è altra cosa che una riunione e una concatenazione di nomi per mezzo del verbo è? (copulatio et concatenatio nominum sive appellationum per verbum hoc *est*?). Da che seguirebbe che per mezzo della ragione noi non concludiamo nulla che tocchi alla natura delle cose, ma solamente circa le loro demominazioni, vale a dire che per mezzo di essa vediamo soltanto se combiniamo bene o male i nomi delle cose, secondo le convenzioni che — liberamente — abbiam fatte intorno ai loro significati. Se così è, come sembra, il ragionamento dipenderà dai nomi, i nomi dall'immaginazione, e l'immaginazione forse (e ciò secondo il mio sentimento) dal moto degli organi corporali.... ».

Manifestamente Hobbes è d'accordo nell'attribuire

ai sensi l'origine delle idee, ma cercando di dare significato chiaro ad un'intelligenza distinta dall'immaginazione, ei non sa vedervi altro che ragionamento logico formale, il quale poi ritiene si riduca a pura combinazione di nomi, secondo regole convenzionalmente fissate. Il nominalismo, alleato al sensismo, appare qui nitidamente espresso; e in una maniera che non sembra molto lontana dal pensiero di alcuni logici matematici italiani contemporanei.

Ma per comprendere interamente la dottrina di Hobbes, conviene esaminare il concetto che ivi figura della *definizione nominale*: e a tale scopo giova rifarsi un po' di lontano.

14. **Definizioni reali e definizioni nominali.** — Aristotele ha sempre considerato la definizione come spiegazione dell'essenza della cosa, atta ad indicarne la causa ecc. [1]; anzi, accennando all'ipotesi che definire significhi soltanto dare la spiegazione d'un nome [2], dichiara che questa veduta è assurda.

Nondimeno, attraverso codesto accenno, si ritrova, in qualche modo, posta la distinzione fra definizione *reale*, che dice « ciò che la cosa è », e definizione *nominale*: quest'ultima ritenuta come futile ed irrilevante, al pari della convenzione per cui s'impone ad un neonato il nome di Pietro o di Giovanni. Aggiungasi che la veduta respinta dallo Stagirita, sul valor

(1) An. post. II, 9 (7).
(2) An. post. II, 7 (6).

nominale della definizione, era stata già affacciata — avverso la dottrina platonica — da filosofi nominalisti, come Antistene; di che siamo informati da un passo della Metafisica (VII, 3 (6)).

Ora si può misurare quanto si sia trasformata la dottrina aristotelica in un filosofo scolastico del 14° secolo come Occam [1], che — riattaccandosi specialmente alla tradizione logica trasmessa dagli arabi [2] — distingue due specie di definizioni: reale e nominale, e di questa riconosce esplicitamente il valore. Valga a tal fine il seguente passo: « Diffinitionum quaedam est diffinitio exprimens quid nominis, et quaedem est diffinitio quid rei. Diffinitio quid rei non est necessaria disputanti scienti significatum vocabuli,... quia talis diffinitio non tantum exprimit quid nomen significat, sed exprimit quid res est.... Aliae sunt diffinitiones importantes quid nominis, quae non sunt nisi orationes exprimentes quid nomina significant; et tales diffinitiones proprissime sunt nominum negativorum et connotativorum et respectivorum... alia esprimens quid rei non est proprissima... quia tale connotativum non habet nisi diffinitionem exprimentem quid nominis tantum... ».

D'altra parte si comprende che l'uso della definizione nominale presso i geometri, debba aver suggerito a questi un concetto più adeguato dell'importanza di tale definizione. Ma soltanto nella praefatio

(1) Guglielmi Occamii « Summa Totius Logicae » Oxoniae, 1675. (L. I, § 26).

(2) Cfr. Prantl, op. c., Bd. III, pag. 366, 410.

all' Euclide commentato dal Candalla [1], mi è occorso di trovare nettamente affermato — avverso la dottrina aristotelica — il carattere nominale di tutte le definizioni:

« Essendo le definizioni soltanto libere esposizioni dei nomi imposti alle cose (nominum liberae rebus impositorum expositiones), esse non possono istruirci sulla causa che le genera...; la libertà non è obbligata a dare le cause delle sue azioni; nonostante alla libera imposizione della denominazione segue l'uso necessario di essa affinchè non cada nel paralogismo il metodo della disciplina; quella infatti che fu libera imposizione ha partorito colla sua osservanza una necessità ».

Candalla apparisce qui precursore di Pascal e di Hobbes e dei logici moderni. Ma doveva passare gran tempo prima che queste vedute venissero, un po' largamente, accettate [2]. Ciò che osta ad accogliere il concetto nominale della definizione è, prima di tutto, la pregiudiziale sul suo valore, messa innanzi da Aristotele. Che cosa vi è di più indifferente od accidentale che l'attribuzione di uno o di un alrol nome ad una data cosa? E come dalla scelta di una

(1) Parigi, 1566.

(2) Accettate da tutti non sono nemmeno oggi, se si guarda ai trattatisti di logica, non matematici. Registriamo nel § 16 la chiara espressione delle idee di Stuart Mill. Anche Sigvart accoglie la tesi: « Ogni definizione logica è nominale, le definizioni reali nascono dal confondere questioni logiche e metafisiche », dice egli a pag. 379 della Logik (3ª ed., 1904). Ma altri autori, p. es. lo Ziehen (Lehrbuch der Logik, 1920) tornano a considerare le definizioni reali.

parola piuttosto che di un'altra, può dipendere qualche conseguenza importante per la scienza?

Pertanto il valore della definizione nominale si fa, a poco a poco, riconoscere. Che cosa ne pensassero i circoli cartesiani, desumiamo dalla logica di Porto Reale. Qui s'incontra la distinzione fra definizioni di nomi e definizioni di cose, e delle prime si discorre di proposito nei Cap. XI, XII, XIII della prima parte: l'utilità d'introdurre arbitrariamente un segno (o un suono) a significare un'idea, vien riposta soprattutto nella convenienza di evitare l'equivoco dei termini, rimediando così alla confusione che nasce dal comune linguaggio. Ma accanto alle definizioni di nomi, si lascian sussistere anche le definizioni di cose (di cui si discorre particolarmente nel cap. XII della seconda parte), che spiegan la natura della cosa per mezzo degli attributi essenziali, conforme alla veduta aristotelica; avvertendo che le due specie non si debbono confondere, nè si deve attribuire alle une l'arbitrarietà che spetta alle altre ecc. Solo Pascal, come già notammo, osserva che conforme al criterio dei geometri, da lui assunto rigidamente a norma logica della scienza, non si debbono riconoscere altre definizioni che nominali, e di queste bene spiega il carattere relativo.

Alle opinioni dei nominati logici cartesiani giova confrontare ciò che, intorno al medesimo argomento, contiene la Institutio logicae (1) di un altro scrittore

(1) Oxoniae, 1687.

matematico, John Wallis, (1616-1713), l'autore della Arithmetica infinitorum.

Quando una *Voce* o una *Cosa*, sieno ignote o incerte, di significato o natura, allora — egli dice (¹) — è necessario (o comodo) spiegare e determinare il significato della voce o la natura della cosa, per mezzo di parole più note. Questa spiegazione (dell'ignoto) o determinazione (dell'incerto) si dice *definizione*, o — se men perfetta — descrizione. Wallis passa quindi a distinguere la definizione *vocis* e *rei*, notando che la prima definizione di nome è usata da Euclide e dagli scrittori matematici per togliere ambiguità ove occorre usar parole o frasi o formule di senso poco noto, o già adoperate forse in senso diverso. Aggiunge che, ad imitazione dei matematici, i naturalisti adoperano la stessa definizione di voce per espor brevemente la natura della cosa, e questa esposizione designano come *definitio rei*. Però i primi hanno una intera libertà che non può essere concessa ai secondi, perchè le cose sono come sono e non come gli uomini vogliono. A titolo d'esempio dell'arbitrarietà che rimane nelle definizioni matematiche, l'A. nota che Euclide riserva il nome di « cono » al cono retto, laddove Apollonio considera anche il cono obliquo, e similmente che il « triangolo », piano per Euclide, può anche essere sferico per Teodosio. Qui è da ritenere non sia sfuggita al Nostro l'importanza delle estensioni di concetto che vengono significate dal più largo uso dei nomi.

(¹) Parte I, Cap. XXIII.

Ma, a prendere pieno possesso della definizione nominale come espressione di un processo costruttivo del concetto nel pensiero, sembra influire soprattutto l'uso del simbolismo algebrico (Vieta), che già innanzi segnalammo come uno dei motivi fondamentali operanti sull'evoluzione della logica moderna. In fatto la definizione di una quantità, p. es.

$$x = (a + b)^2 - a^3 - b^3 + (c - d)^2,$$

mette in evidenza una serie di operazioni che, eseguite su certi dati (a, b, c, d), valgono a costruire la x definita.

L'influenza del calcolo sopra la considerazione della logica appare chiara in Hobbes, già dal titolo della sua « Computatio sive logica » (¹) del 1655, e dalle dichiarazioni di pag. 2: « Per Ratiocinationem autem intelligo computationem », « Ratiocinari.... idem est quod Addere et Substrahere.... ».

Il filosofo inglese (celebre per la sua teoria assolutista dello Stato « Leviathan ») spiega in questa operetta il concetto ch'ei s'è formato delle matematiche, che suscitarono invero nel suo spirito una profonda ammirazione. La scienza dimostrativa, egli dice, è costruita col ragionamento a partire da talune prime proposizioni, ma questi principî della dimostrazione non sono altro che definizioni:

« Sunt *Primae* autem nihil aliud praeter definitiones, vel definitionis partes, et hae solae principia

(¹) Thomae Hobbes « Opera philosophica omnia »; Amstelodami 1668.

demonstrationis sunt, nimirum veritatis arbitrio loquentium audientiumque factae, et propterea indemonstrabiles » (Cap. III, 9, pag. 20).

A coloro che aggiungono altre proposizioni prime o principî, come gli assiomi o nozioni comuni, Hobbes obietta che, se anche per l'evidenza non vi sia bisogno di farlo, pure si può sempre darne la prova partendo dalle definizioni. E quanto alle petizioni o postulati, come che « per due punti si può condurre una retta », egli opina che servano soltanto alla pratica della costruzione, non alla scienza:

« Et principia quidem illa sunt artis, sive constructionis, non autem scientiae et demonstrationis ».

Questi criterî sono ribaditi nel cap. VI De Methodo, nel quale s'indicano anche le proprietà della definizione (n. 15, pag. 45), che:

1) toglie l'equivoco dei termini,

2) offre del definito una pittura universale, non agli occhi ma all'animo,

3) non è soggetta a discussione se sia o no da ammettere,

4) precede nella filosofia i termini definiti, cioè i nomi composti, di cui essa offre la risoluzione o il processo compositivo,

5) può essere arbitrariamente mutata passando da una ad altra parte della scienza,

6) non deve ripetere il termine definito, poichè il definito è il composto, la definizione del composto è invece la sua risoluzione in parti, ed il tutto non può esser parte di se stesso.

Abbiamo riferito di queste regole quanto basta a spiegare il concetto che l'A. si è formato della definizione, evidentemente sul modello della definizione di una quantità per mezzo di una formula. Ora prendiamo notizia della critica delle vedute hobbesiane, da parte di Leibniz.

15. **Il razionalismo di Leibniz e la critica del logicamente possibile.** — Il grande filosofo tedesco, Goffredo Guglielmo Leibniz (1646-1716) — che divide con Newton la gloria della scoperta (o della elevazione a sistema) del Calcolo infinitesimale — offre l'espressione più alta del razionalismo metafisico di tipo matematico, che si è visto dominare le menti più elette di quel fecondo periodo. A vero dire lo spirito eclettico di Leibniz presenta diversi aspetti, tendendo ad unire la nuova veduta della scienza colla tradizione scolastica. Il modo scolastico si ravvisa più propriamente in una concezione metafisica movente dall'analisi della proposizione, come quella che i più recenti critici ed interpreti hanno scorto nella Monadologia ([1]); ma le riflessioni sui principî della scienza, che qui vogliamo mettere in luce, conservano ai nostri occhi un più grande valore.

([1]) Tali sono i logici matematici Louis Couturat, editore dell'importante serie di frammenti a cui ci riferiamo in appresso, e Bertrand Russell « A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz.... » (Cambridge, 1900); dell'interpretazione qui contenuta daremo un cenno nel § 28.

Per Leibniz, come per i suoi antichi predecessori Parmenide d'Elea e Democrito d'Abdera, e per il contemporaneo Descartes, il criterio della verità è riposto nel pensiero. Però il vecchio motivo razionalistico parmenideo (il pensato e l'esistente sono la stessa cosa) — che pur figura nel sistema di Democrito come presupposizione che ogni cosa razionalmente concepibile si avveri in qualche parte dell'infinito universo — assume un nuovo significato, in rapporto alla circostanza che il modello geometrico della scienza, a cui ancora Descartes si tiene vicino, vien sostituito dal modello meccanico. In conseguenza di ciò, per Leibniz, il concetto non dà più la misura del reale esistente, ma soltanto del *possibile*; e un altro principio, il principio di *ragion sufficiente*, vale a determinare, fra i possibili, ciò che in realtà accade e costituisce l'*esistente*.

In vista di ciò ei stabilisce la distinzione: *Ens* quod distincte concipi potest. *Existens* quod distincte percipi potest ([1]).

Ora questa distinzione del possibile dall'esistente, che per Leibniz è in rapporto colla visione meccanica del mondo, contiene virtualmente la liberazione della logica — se non della metafisica — dal realismo di Aristotele, in quanto pone il concetto come prodotto dell'attività dello spirito. Attraverso allo sviluppo storico delle idee, questo resulterà essere il vero senso della

([1]) Cfr. « Opuscules et fragments inédits de Leibniz » par L. Couturat Paris, Alcan 1903 (pag. 437).

più estesa realtà che il Nostro riconosce alle scienze matematiche, oltre il campo della loro applicazione fisica. Ma per determinare più esattamente tale veduta, occorre domandarsi quale significato riceva per Leibniz la « concepibilità », in base a cui si giudica dei principî delle scienze dimostrative, e già della geometria.

Ai cartesiani e a Pascal, in ispecie a proposito delle sue regole, egli obietta che il criterio dell'evidenza dei principî è fallace finchè non si dia « quelques marques » per conoscere ciò che è dubbio o oscuro. Ed aggiunge (¹): « .... je suis persuadé que pour la perfection des sciences il faut même qu'on démonstre quelques propositions qu'on appelle axiomes comme en effet Apollonius a pris la peine de démonstrer quelques-uns de ceux qu'Euclide a pris sans demonstration ». Quindi, dopo aver ricordato un tentativo analogo fatto da Roberval, il Nostro avverte che certo la dimostrazione degli assiomi non è necessaria per gli apprendisti, ma che nulla è così necessario per passare le colonne d'Ercole del sapere.

Sullo stesso tentativo di Apollonio in Proclo, e su quello di Roberval, ritorna Leibniz in un altro frammento intitolato « Demonstratio Axiomatum Euclidis » (²) per lodare i detti matematici, imperocchè alla perfezione del comprendere si perverrà non domandando nulla ai sensi o all'immaginazione, ma

(¹) Op. cit., pag. 181.
(²) Op. cit., pag. 539.

esigendo tutto dai concetti (notiones). Infatti la risoluzione dei concetti deve condurre alle prime verità puramente logiche o identiche, da cui si deduce la dimostrazione di tutte le loro proprietà, salvo il caso che il processo risolutivo vada all'infinito.

Questa veduta viene spiegata chiaramente nello scritto « Primae veritates » (op. c., pag. 518): « Primae veritates sunt quae idem se ipso enuntiant aut oppositum de ipso opposito negant. Ut A est A, vel A non est non A. Si verum est A esse B, falsum est A non esse B vel A esse non B. Item unumquodque est quale est... aliaque id genus, quae licet suos ipsa gradus habeant prioritatis, omnia tamen uno nomine *identicorum* comprehendi possunt.

Omnes autem reliquae veritates reducuntur ad primas ope definitionum, seu per resolutionem notionum, in qua consistit *probatio a priori*, independens ab experimento ».

L'esempio che segue (cioè la dimostrazione che « il tutto è maggiore — e non uguale — alla parte ») vale ad illuminare il pensiero dell'A., quantunque il ragionamento non sia rigorosamente soddisfacente.

A Giovanni Bernouilli — che, in una lettera del 15 agosto 1696, obietta, contro la dimostrazione degli assiomi, che bisogna pure ammettere alcuni assiomi indimostrabili, per mezzo dei quali si dimostrano i teoremi — Leibniz ribatte che i soli assiomi necessari sono le proposizioni identiche, e in molte altre occasioni insiste sullo stesso concetto, che forma invero uno dei motivi fondamentali della sua specu-

lazione. Le proposizioni d'una qualunque scienza — aveva detto, per esempio in un frammento per una nuova Enciclopedia (¹) che risale al gennaio 1679, sono: o principî o conclusioni. I principî sono o definizioni o assiomi...; e fra questi le definizioni sono arbitrarie (se pur debbano accomodarsi all'uso comune)...; gli assiomi sono quelle proposizioni che da tutti si hanno per manifeste, e attentamente considerate constano dalle definizioni.

Ma, per quanto qui è riferito, potrebbe sembrare che la veduta di Leibniz non differisca affatto da quella di Hobbes, e che questa riceva dal filosofo matematico soltanto una più precisa determinazione. Al contrario l'attento studio delle idee leibniziane, nella loro espressione più precisa e matura, vale a mettere in luce come egli abbia scorto la « difficultatem hobbesianam de veritate arbitraria » e in qual modo abbia inteso di sciogliere tale difficoltà.

Nota giustamente il Vailati, nel suo studio « L'influenza della matematica sulla teoria della conoscenza nella filosofia moderna » (²) che un matematico come Leibniz non poteva cadere nell'errore di ritenere le definizioni matematiche *interamente* arbitrarie, giacchè ei sapeva che — fino dai geometri greci — si è richiesto di accompagnare la definizione di una figura colla prova della sua esistenza: la quale si dà in fatto, pei greci, mercè la *costruzione* basata

(¹) Op. cit., pag. 32.
(²) Scritti, pag. 599-616.

sopra i primi *postulati*. Il riconoscimento di questo ufficio scientifico dei postulati non permetteva a Leibniz di appagarsi del giudizio, pronunziato da Hobbes, che i detti postulati non appartengano tanto alla scienza quanto alla pratica. Infatti Leibniz adduce espressamente l'esempio del *decaedro regolare*, figura in effetto impossibile, osservando che — qualora si credesse di essere autorizzati a introdurla, nella geometria, per definizione — ragionandovi attorno, si riuscirebbe a mettere in evidenza le contraddizioni che il suo concetto implicitamente racchiude.

Di qui il Nostro fu indotto a determinare il concetto del *possibile* (1) e quindi a distinguere le definizioni in *reales* e *nominales*. Egli chiama reale qualsiasi definizione che esprima la *decomposizione reale di un concetto logicamente possibile in concetti semplici*, e — mercè tale decomposizione — dimostri la suddetta possibilità logica del concetto (cioè la sua corrispondenza ad un *ente*). In mancanza di questa dimostrazione — che, in ogni caso, si presume possibile — la definizione sarà tenuta per reale quando si accompagni comunque alla prova o al postulato dell'esistenza logica del concetto, cioè all'affermazione che le sue note non si contraddicono (2). Resta invece puramente nominale la definizione che indica

(1) Possibiles sunt termini de quibus demonstrari potest numquam in resolutionem occursuram contradictionem. (Op. cit., pag. 371).

(2) Definitio realis seu definitio talis ex qua statim patet rem de qua agitur esse possibilem. (Op. cit., pag. 220).

i caratteri distintivi, ma senza manifestare la possibilità della cosa.

La teoria della definizione di Leibniz, che è contenuta nel saggio « Meditationes de cognitione, veritate atque ideis », e a cui si riferiscono molti frammenti nella citata pubblicazione del Couturat, procede dall'*arte combinatoria* o *caratteristica generale*, cioè da quella disegnata simbolica universale che, nel pensiero di Leibniz, deve estendere a tutta la scienza razionale il linguaggio dell'algebra: donde poi è venuta la *logica simbolica* o *matematica*. Di questa idea del Nostro sono antecedenti storici (oltre al tentativo di un tardo epicureo, Filodemo, nell'antichità), l'Ars magna di Raimondo Lullo (1234-1315) come l'Ars signorum di Dalgarno (1661) e l'Essay towards the Real Charachter di Wilkins [1] (1668).

È dunque chiaro qui, più ancora che per Hobbes, che la definizione viene pensata sul tipo dell'espressione di una quantità per mezzo di una formula algebrica. Emerge quindi la regola, che Leibniz sostituisce alla regola scolastica, che la definizione deve comprendere le condizioni necessarie e sufficienti per dimostrare le proprietà del definito: del resto

Ejusdem definiti multae possunt esse definitiones [2]

poichè

Omnis proprietas reciproca potest esse definitio [2].

[1] Cfr. L. Couturat « La logique de Leibniz ». Paris, Alcan 1901.

[2] Essais de calcul logique in Opuscules ecc., op. c. pag. 258.

Ma, affinchè l'espressione algebrica di una x per mezzo di quantità a, b, c,...., valga veramente a definire la x, bisogna non solo che nell'espressione anzidetta figurino simboli di operazioni possibili (escludendosi, per esempio, la divisione per zero), bensì anche che gli elementi a, b, c,...., su cui si opera, sieno quantità già date o ben definite, a loro volta, a partire da elementi dati. Quindi, se si vuole soddisfare alla condizione delle definizioni reali:

In omni definitione constare debet id quod definitur esse possibile [1],

bisogna che la costruzione del concetto offerta dalla definizione valga a risolvere questo in elementi, dei quali appaia, senz'altro, la possibilità. Ciò accade, secondo Leibniz, per le *idee semplici* che egli ammette non possano contraddirsi [2], e delle quali (come appare dai frammenti pubblicati dal Couturat) ha pure progettato di formare un catalogo [3]. Il Couturat [4] fa rilevare, in base ai manoscritti pubblicati, che il Nostro concepisce sempre la decomposizione o risoluzione di un concetto complesso in concetti semplici, per analogia colla decomposizione di un numero intero

(1) Op. cit., pag. 328.

(2) Meditationes de cognitione, veritate et ideis in Dutens « Leibnitii opera omnia » Genevae, 1768, t. II. Cfr. « Opuscules ecc. », pag. 195 e 219 nota 21.

(3) Catalogus notionum primarium ex quibus ceterae pleraeque omnes componuntur, in op. cit. pag. 400.

(4) La logique de Leibniz, pag. 192 e seg.

nei suoi fattori primi: la quale analogia suggerisce la possibilità, ed anche l'unicità, dell'indicata risoluzione.

Ora, che valore attribuiremo alla teoria leibniziana della definizione? Anzitutto prenderemo atto che, dopo l'analisi che essa contiene, l'antico concetto della definizione reale nel senso aristotelico (la definizione che indica semplicemente un oggetto dato fuori di noi) non ha più posto nella logica; chè, se pur si creda vivo e lo si veda battagliare qua e là, potremo dire coll'Ariosto:

> Il poverin che non se n'era accorto
> andava combattendo ed era morto.

In secondo luogo rileveremo che la suddetta analisi pone — nella storia della scienza — il problema della *compatibilità di un sistema di proposizioni* attribuite come note ad un concetto, cioè la questione se date premesse, che pur non sieno manifestamente contradditorie, possano involgere una contraddizione implicita, la quale si renda manifesta nelle conclusioni che ne dipendono; e specialmente in qual modo sia possibile di escludere codesto dubbio.

Qui occorre dire come la risposta che Leibniz offre a tale problema — cioè la decomposizione unica dei concetti complessi in idee semplici — sia in rapporto col presupposto realistico del filosofo, e colla tendenza caratteristica che esso esprime verso la definizione deduttiva (dal generale al particolare). Infatti la logica leibniziana considera di regola i concetti per la loro *comprensione* (cioè come interferenza dei concetti più

generali corrispondenti alle loro note) anzichè per l'*estensione* (cioè come classi degli oggetti rappresentati) ([1]); quindi la definizione d'un concetto viene a pendere dai sommi generi, che — per essere veramente sommi e non subordinati a nulla di più universale — debbono costituire concetti semplici.

Ma se questo modo d'attuazione fa apparire l'idea di Leibniz poco fruttuosa, come sembra giudicarla il Vailati ([2]) — che pur ha messo in luce l'importanza degli studi del Nostro, da lui lungamente meditati — vedremo più tardi come essa sia suscettibile di esser posta in termini precisi, trasponendola dalla logica della comprensione alla logica dell'estensione: è questo in sostanza il significato dell'analisi svolta da Enriques fino dal 1902 ([3]), epoca in cui pur nulla conosceva degli sviluppi di Leibniz sopra accennati (cfr. § 28).

16. **La teoria della definizione in Saccheri.** — Alle idee di Leibniz appaiono assai vicine quelle

([1]) Ciò appare, per esempio, nella notazione $A + B$ ch'egli introduce a designare il concetto a cui spettano insieme le note di A e di B. (Cfr. Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis, ed. Erdmann, p. 94).

([2]) L. c. 1905, cfr. Scritti pag. 617. Egli fa merito invece al Nostro di qualche accenno ad una dimostrazione empirica della compatibilità dei postulati, che naturalmente era tenuta dal filosofo razionalista per un pis-allez, e che — ad ogni modo — è ben lungi dallo sciogliere il nodo della difficoltà (cfr. § 28).

([3]) Esposta in conferenze alle Università di Bologna e di Bruxelles prima di venir pubblicata nel cap. III dei « Problemi della Scienza », 1906.

espresse da Gerolamo Saccheri (1667-1733) in un libretto, lungamente dimenticato, su la « Logica demonstrativa » (1) che Vailati ha avuto il merito di rimettere in luce. La coincidenza è tanto più degna di nota per ciò che il Saccheri, anzichè dal simbolismo del Calcolo, sembra prender le mosse da una questione geometrica, cioè precisamente da quella che si riferisce al celebre post. V d'Euclide, fondamento della teoria delle parallele. Infatti il Nostro deve avere lungamente meditato i tentativi fatti per dimostrare, in varie guise, quel postulato, molto tempo prima di offrirci il frutto delle proprie riflessioni nell' « Euclides, ab omni naevo vindicatus », opera pubblicata a Milano l'anno stesso della sua morte, in cui Beltrami ha ravvisato il più importante precorrimento alla costruzione della geometria non euclidea di Lobatschefsky e Bolyai.

Ora, fra i tentativi miranti allo scopo accennato, ebbero ad attrarre specialmente l'attenzione del Nostro, quelli di Posidonio e di Gemino in Proclo, rinnovati dal Borelli (1658), che offrono una teoria delle parallele dedotta, senza nuovo postulato, dalla definizione delle parallele come rette coplanari equidistanti. La cosa ha del meraviglioso: come è possibile che la difficoltà di dimostrare il postulato si elimini soltanto per quel cambiamento di definizione?

(1) Edito per la prima volta a Torino nel 1697. Di esso ho trovato una copia (2ª ed. Pavia, 1701) nella Biblioteca Vittorio Emanuele di Roma.

Saccheri, (cui precorre la critica di Giordano Vitale da Bitonto) ha ben visto, che ciò non può farsi *sine magno in logicam peccato*; giacchè la definizione complessa che ci porge delle parallele come rette equidistanti, suppone implicitamente che la linea luogo dei punti equidistanti da una retta sia parimente retta. La teoria saccheriana mette in evidenza la fallacia di ragionamento che così si commette, e se pur non sia costruita per questo scopo, sembra in gran parte ispirata dall'anzidetto esempio.

Apparentemente Saccheri si tiene molto vicino ad Aristotele, riproducendo anche la partizione dell'Organum (Parte I, Analitica; Parte II, Analitica posteriore ecc.); in particolare il cap. 3° della Parte II (op. cit., pag. 116) comincia colla classificazione aristotelica dei principî: definizioni, assiomi o dignità o supposizioni, e postulati, ed aggiunge l'avvertimento che nessuna scienza può dimostrare tutto il suo oggetto e lo deve in parte postulare. Dopo ciò passa a distinguere la *definitio rei et nominis*. Di quest'ultima dice che: « explicat vocis significatum » e « nata est suadere definitio quid rei per postulatum, vel dum venitur ad quaestionem *an est* et respondetur affirmative » (pag. 118) (1).

Dunque, la definizione reale si riduce per Saccheri ad una definizione nominale cui si aggiunge un

(1) Come curiosità additiamo l'esempio qui addotto in cui si accenna alla polemica di Zenone d'Elea intorno alla generazione del continuo mediante « punti ».

postulato o una dimostrazione d'esistenza. Ed è chiaro come la veduta del Nostro non differisca che per l'espressione verbale da quella così nettamente espressa dallo Stuart Mill (¹).

« La distinzione fra definizioni *reali* e *nominali*, fra definizioni di *parole* e quelle che sono chiamate definizioni di *cose*, conforme all'idea di molti logici aristotelici, non può — a nostro avviso — essere mantenuta. Tutte le definizioni sono soltanto di nome; ma in alcune appare chiaramente che si vuol soltanto spiegare il significato della parola, laddove in altre s'intende anche implicare che esiste nel mondo una cosa che gli corrisponde.

Se questa affermazione possa o non possa essere implicata in ogni caso particolare dipende dalla forma dell'espressione. Vi sono infatti espressioni, che comunemente passano per definizioni, le quali includono in sè più che la semplice spiegazione della parola. Ma non è corretto chiamare un'espressione di questo genere una speciale maniera di definizione.... La sua differenza dall'altra maniera consiste solo in ciò che essa non è una definizione, ma una definizione con qualcosa di più ».

La teoria della definizione viene approfondita ulteriormente dal Saccheri, il quale nota che la definizione reale (quidditativa) non è principio necessario della scienza, perchè può presentarsi come conclusione scientifica, mentre all'opposto la definizione nominale

(¹) « System of Logic » (1ª ed. 1843), 6ª ed., VIII, 5.

deve precedere ogni altro concetto della cosa significata dalla voce (pag. 123). Ogni definizione nominale è buona e non può cadere in controversia se non puramente storica (pag. 126), ma, quando si viene alla questione d'esistenza del definito, bisogna domandarsi se per avventura una parte della definizione non indichi proprietà essenziali di esso sufficientemente determinate dall'altra parte: per siffatte *definizioni complesse* non è facile ammettere il postulato, che si ammette invece dovunque si tratti di definizioni non complesse (incomplexae) [1].

Queste idee, che vengono nuovamente spiegate trattando delle fallacie del ragionamento nella Sophistica (Parte IV), palesano tosto la loro stretta parentela con quelle di Leibniz. Tuttavia manca forse al Saccheri la veduta della definizione come processo mentale costruttivo, che a Leibniz è suggerita dal simbolismo del Calcolo: sotto questo aspetto la logica del nostro geometra rimane più sottoposta alla maniera di pensare dell'antico realismo, benchè sembri talora far forza alle espressioni scolastiche, nel senso stesso che è segnato dall'analisi del suo contemporaneo. Così, quando distingue degli assiomi che non si riducono a semplici proposizioni analitiche o identiche, dice che accanto a queste proposizioni assiomatiche immediatamente certe, di cui è esempio il principio di contraddizione, ve ne sono altre immediamente patenti mercè la sola intelligenza dei termini (ex sola termi-

(1) Op. cit., pag. 129-30.

norum intellectione), p. es. che il tutto è maggiore della parte (¹): dove egli sembra far appello a quella visione immaginativa delle cose traverso i nomi, che Leibniz, anche col tentativo espressamente fatto di dimostrare codesto assioma, voleva escludere.

17. **La critica psicologica di Locke.** — La storia del pensiero nel secolo decimosettimo offre allo studioso la straordinaria attrattiva di scorgere, nei rappresentanti delle opposte tendenze, non solo la lucida comprensione delle idee che dall'altra parte si professano, ma il comune desiderio di collaborare allo scioglimento degli stessi problemi, che conferisce all'opera dei filosofi una meravigliosa unità. Abbiamo già rilevato l'intimo legame che passa fra le riflessioni sulla logica di Descartes, Hobbes, e Leibniz, e le fa apparire come ordinate ad un medesimo progresso; dobbiamo ora fermarci su un altro critico della filosofia cartesiana, compatriotta e — fino ad un certo punto — erede delle idee di Hobbes (come di Gassendi) che, di fronte al razionalismo di Leibniz, rappresenta — nel modo più alto e consapevole — la posizione dell'empirismo; e sarà interessante di mettere in luce le strette analogie di pensiero che intercorrono fra i due eminenti avversarî.

John Locke (1632-1704) ha espresso il resultato delle sue meditazioni nell'opera intitolata « An Essay concerning Human Understanding » (1690), che —

(¹) Op. cit., pag. 127.

nonostante i difetti o gli errori che le si possono imputare — costituisce uno dei monumenti cospicui della filosofia moderna. Questa critica dell'intelletto umano, prende le mosse dalla confutazione delle *idee innate* di Descartes, rinnovanti la dottrina della riminiscenza del Menone platonico. Il termine « idea » designa genericamente, per Locke, qualsiasi oggetto del pensiero, e l'A. — dopo aver dedicato il libro I all'anzidetta refutazione — imprende a mostrare nel II come tutte le idee vengano acquistate mediante la sensazione o la riflessione. Egli ammette, più precisamente, che vi sieno delle *idee semplici* (II, 2), che appaiono distinte nella sensazione o nella riflessione e non ulteriormente distinguibili (p. es. il freddo, la durezza, la bianchezza, ecc.): le quali dall'intelletto sono ricevute come *dati*, in gran parte passivamente; mentre per contro le *idee complesse*, sono composte dallo spirito mediante le idee semplici (II, 12).

Le idee semplici che vengono dalla sensazione sono ritenute « produzioni naturali e regolari delle cose, rappresentanti le cose stesse sotto le apparenze che esse sono capaci di produrre in noi » (IV, 4, § 4). Tuttavia Locke ammette la legittimità di estendere col pensiero, a ciò che non è percepibile, quel che ci vien pôrto dalla percezione in maniera costante. In questo senso ei riprende la distinzione fra due specie di qualità della materia, di Democrito e di Galileo, riconoscendo come *qualità primarie* (II, 8, § 9) quelle che sono inseparabili dai corpi, in quanto si trovano sempre dai sensi in ogni parte di materia abbastanza

grossa, e si ritengono dallo spirito come appartenenti anche ad ogni più piccola parte, che sfugga alla sensazione: tali sono per Locke (come per Galileo), non solo le qualità cartesiane, *estensione* e *figura* ma anche la *solidità* e la *mobilità*. E queste qualità primarie o originali producono in noi delle idee semplici, che assomigliano alle stesse qualità dei corpi (§ 15).

Per contro le *qualità secondarie* (odore, colore, ecc.) non sono nei corpi che la potenza di produrre diverse sensazioni per mezzo delle loro qualità primarie (§ 10), eccitando in noi delle idee mercè l'azione di particelle insensibili sugli organi di senso (§ 13).

Il libro III svolge una profonda critica della formazione delle idee generali, nel senso del nominalismo o del terminismo: il termine generale non è che l'astratto di un gruppo d'idee che la mente umana ha associato, e così le « specie » sono opera dell'intelletto umano, per quanto fondate sopra una reale somiglianza delle cose individuali (III, 3). A questo studio si collega l'analisi del linguaggio: le parole sono i segni sensibili di cui gli uomini si valgono per comunicare i loro pensieri, e precisamente sono segni delle idee, sebbene accada di servirsi di parole non rispondenti ad alcuna idea, che però restano prive di senso (III, 2).

Qui si riattacca la teoria della definizione del Nostro: (III, 4, § 6) « *definire* non è altro che far conoscere il senso d'una parola per mezzo di altre parole che non siano sinonime ». E spiega che comprendere il senso delle parole significa comprendere

le idee stesse denotate dai segni di chi le impiega. « Il significato d'una parola è conosciuto, o la parola definita, quando l'idea di cui è segno e a cui è attaccata nella mente di chi parla, è per così dire rappresentata e esposta agli occhi di altra persona per mezzo di altri termini, e così il suo significato viene determinato ». Ma, poichè i differenti termini d'una definizione significano idee, non si può definire effettivamente le idee che non resultino dalla composizione di altre più semplici (§ 7): le idee semplici non possono essere spiegate se non mostrando direttamente la cosa che le produce (11, § 14).

Chi confronti queste vedute con quelle di Leibniz, non deve fermarsi al rilievo che la definizione è, per Locke, un appello alla visione immaginativa, laddove Leibniz la concepisce come spiegazione di rapporti logici o del processo costruttivo in cui vengono combinate le idee semplici; infatti la realtà psicologica comprende insieme l'uno e l'altro aspetto, ed il secondo (che noi riguardiamo propriamente logico) non sfugge all'analisi lockiana. La differenza tiene allo spirito concreto del filosofo inglese e alla circostanza ch' ei descrive un procedimento mentale, mentre l'altro ha in vista una combinazione di segni sul modello dell'Algebra. Ma pure questa considerazione sembra trovar qualche posto nella mente di Locke, poichè nel libro IV insiste sull'importanza di attribuir nomi fissi a idee chiare e distinte (12, § 14) e adduce ad esempio del metodo scientifico il metodo dell'Algebra, auspicando la sua estensione ad altri campi

delle nostre conoscenze (§ 15). Infine nel cap. 21 dello stesso libro IV, dedicato alla classificazione delle scienze (al § 4), egli indica come promozione della « logica » (λογική da λόγος che significa parola) una « semeiotica » (σημειωτική) la quale dovrebbe studiare sistematicamente la natura e l' uso dei segni, riparando alle imperfezioni e agli abusi del linguaggio e soccorrendo così al ragionamento esatto.

Tutto ciò rivela una grande conformità colle idee leibniziane. Invece l' opposizione delle tendenze si manifesta nettamente nel giudizio ch' egli dà di quel metodo analitico-deduttivo per cui si pretenderebbe dedurre la scienza da assiomi evidenti. Siffatti principî sono, per Locke, di poco uso, anzi proposizioni frivole ed inutili quando le idee sono determinate nel nostro spirito e designate con nomi fissi e conosciuti (IV, 7). Più avanti (IV, 8, § 3) Locke allude espressamente a Leibniz colle parole : « So che talune persone s' interessan molto alle proposizioni *identiche* e s' immaginano che rendan gran servizio alla filosofia, perchè sono evidenti di per sè. Le esaltano come se racchiudessero tutto il segreto della conoscenza e l' intelletto fosse condotto unicamente per loro mezzo in tutte le verità che è capace di comprendere. Confesso, liberamente come chicchessia, che tutte queste verità sono evidenti di per sè stesse. Convengo di più che il fondamento di tutte le nostre conoscenze dipende dalla facoltà che noi abbiamo di accorgerci che la stessa idea è la stessa, e di distinguerla dalle differenti.... Ma non vedo come ciò impedisca che l'uso

che si pretenderebbe fare delle proposizioni *identiche* per il progresso della conoscenza non sia giustamente trattato come frivolo... ».

Aggiunge che il vero metodo della scienza, anche matematica, è ben altro, consistendo nella ricerca dei *termini medi* e nel disporli in guisa che appaia la convenienza o la disconvenienza delle idee che non si sanno direttamente paragonare; così, ha detto in altro luogo, è riuscito Newton alla sua memorabile scoperta.

Il buon senso inglese parla per la bocca di Locke; tuttavia rimane nella tesi leibniziana una questione che è dal Nostro messa da parte, più che risolta: concesso che non vi sieno idee innate e però sia impossibile la disegnata costruzione a priori della realtà fisica, la risoluzione analitica dei concetti potrebbe ancora conservare un valore, almeno per riguardo alle matematiche. Che dire infatti se fra i concetti costruiti dalla nostra mente ve ne sia uno, il concetto del *numero*, che rispecchia appunto la facoltà d'identificare e distinguere gli oggetti del pensiero o di combinarli, indipendentemente dal loro contenuto sensibile? E se, d'altra parte, anche diversi ordini di rapporti reali possano essere rappresentati analogamente nel pensiero, mediante sistemi di concetti, costruiti per combinazione di elementi, che si uguagliano nell'astrazione da ogni loro differenza qualitativa?

Anche per riguardo a siffatte costruzioni ideali, Locke potrà mantenere che il fissarsi sulle proposizioni identiche non soccorre all'*arte* del ricercatore,

chè l'Algebrista non si fa certo tale per ripetute esercitazioni logiche!; ma la questione assume un significato diverso per chi vede nella logica stessa una *scienza*, avente per oggetto l'analisi del pensiero. È possibile costruire, o ricostruire, una teoria matematica come sistema deduttivo senza assumere dalla realtà alcuna ipotesi, fuori dell'esistenza generica di oggetti del pensiero, riconoscibili e distinguibili e combinabili dallo stesso pensiero? E si può acquistare, dalle medesime leggi del pensiero, la sicurezza a priori che nessuna contraddizione venga a nascere nella serie delle deduzioni successive? La questione, comunque si voglia giudicare, non è affatto esaminata, nonchè risolta, dalle osservazioni di Locke.

18. **Il sistema di Newton e la disfatta del razionalismo metafisico**. — La confutazione delle idee innate, per parte di Locke, non fu accettata da Leibniz che ebbe a ribattere gli argomenti del filosofo inglese nelle « Réflexions sur l'essais de l'entendement humain de Locke » e nei « Nouveaux essais sur l'entendement humain », composti — a quanto pare — nel 1704, ma non pubblicati a cagione della sopravvenuta morte di Locke, se non molti anni dopo la morte dell'A. nel 1765.

Leibniz insiste che vi sono delle *verità* innate, come quella dell'aritmetica e della geometria, quantunque sia esatto affermare che non si considererebbero le idee di cui si tratta se nulla si fosse veduto o toccato. Ciò non significa che esistano *pensieri* innati: il pen-

siero è un' azione, la verità esige soltanto attenzione per esser tratta dal proprio fondo. Lo spirito ha la *disposizione* di trovare in sè le *verità necessarie*, che non vengono dal senso: egli le scopre — per dir così — come lo scultore può scoprire le vene preesistenti nel marmo. In tal guisa apprendiamo appunto le verità dei numeri che pure sono in noi stessi.

In breve all'aforisma lockiano « Nihil est in intellectu quod non prius fuerit in sensu », Leibniz risponde : « nisi intellectus ipse ».

Tuttavia il vero valore degli argomenti di Leibniz non sembra andar oltre alla tesi ammessa da Locke che « l' inneità non differisce dalla facoltà di conoscere o di ragionare ». Evidentemente vi è un salto fra ammettere che lo spirito umano sia consapevole dell' attività del proprio pensiero, e concedergli ch' ei possa trarre dall' esperienza interna le nozioni dell' essere, della sostanza o dell' azione, come fa Leibniz in « Meditationes de cognitione, veritate et ideis » (1).

D' altronde Locke ha ben visto che il grande progresso realizzato da Newton, colla teoria della gravitazione universale, riesce ad una sistemazione della Meccanica affatto diversa da quella che Leibniz ha cercato di costruire invano. La scienza *fatta* non risponde al modello che si era imposto alla scienza *da fare*! Giacchè il sistema newtoniano non prende le mosse soltanto da concetti chiari e da assiomi evi-

(1) Phil. Schriften ed. Gerhardt. Vol. 4, pag. 452-3.

denti a priori, secondo i criterî cartesiani o leibniziani, ma procedendo piuttosto sulla via della scuola di Galileo (Baliani), vi aggiunge dei *postulati* attinti all'osservazione o all'esperienza.

Anzi Newton oltrepassa la semplice veduta del metodo sperimentale, poichè — partendo dalle leggi di Keplero, che esprimono il resultato di lunghe osservazioni astronomiche, e di una sapiente induzione [1], e dopo averne dedotto il calcolo delle forze centrali — *generalizza l'ipotesi* a cui in tal guisa è condotto, coll'ammettere l'*universalità* dell'attrazione fra le masse materiali, e riesce a correggere di conseguenza le stesse leggi kepleriane.

La deduzione appare così — nella sua piena luce — come un mezzo per correggere le premesse ipotetiche, cioè come un organo proprio dell'induzione; il dilemma, da cui gli antichi non erano usciti, necessità di principî certi o impossibilità della scienza dimostrativa, verrà superato dal *concetto storico della scienza*, come progresso di sistemi o teorie deduttive, sempre più approssimate alla realtà, che si riattaccano ciascuna alla precedente erigendone le conseguenze a principî, supposti in veste più generale.

Tuttavia i fisici (come i filosofi) non videro tosto nell'esempio di Newton questo concetto storico della scienza; anzi il successo troppo pieno della dottrina addusse gli spiriti nella convinzione di avere scoperto

[1] Cfr. E. Daniele, « I moti planetarî e le leggi di Keplero ». in *Periodico di Matematiche*, Bologna, Luglio, 1921.

i principî rigorosi ed immutabili della natura: ma l' opera di coloro che si posero a svolgere in tutti i campi della fisica le conseguenze di questi principî (estesi assai al di là del campo astronomico), praticamente si svolse nel senso che la critica deve dare oggi al sistema newtoniano. Frattanto le obiezioni dei cartesiani e dei leibniziani erano ridotte al silenzio: restando tuttavia a testimoniare di certe esigenze spirituali che in una stagione più opportuna (quando la dottrina newtoniana apparirà incapace di soddisfare le troppo larghe speranze suscitate) dovranno pur recare una crisi rinnovatrice.

Ora, se l' avvento della teoria di Newton costituì la disfatta del razionalismo metafisico di Leibniz nel campo della scienza, d'altra parte questa concezione filosofica doveva soccombere al progresso della critica empiristica, che si rannoda ai successori di Locke.

Berkeley (1685-1753) nella « New Theory of Vision » (1709) e poi nei « Principles of Human Knowledge » (1710), riesce ad intaccare la distinzione fra qualità primarie e secondarie della materia, dimostrando che le prime non esprimono meno che le seconde semplici *rapporti di sensazioni possibili*. È dunque vana la pretesa di cogliere nell' evidenza del concetto geometrico (o meccanico) il vero sostrato intelligibile della realtà, la *sostanza* soggiacente ai fenomeni.

David Hume (1711-1776) spingerà più avanti

questa critica (1); attaccando (dopo l'idea di « *sostanza* ») l'idea di *causa*: è vano far del nesso causale un rapporto necessario che l'intelletto coglie come rapporto razionale fra due concetti, poichè la causalità si riduce finalmente ad un ordine di *successione costante* dei fenomeni contigui, cui risponde nella mente — per abitudine — un'associazione costante d'idee.

Con Hume la critica psicologica inglese tocca il suo vertice, che è anche uno dei vertici del pensiero umano. E se le conclusioni di codesta critica poterono apparir *scettiche* per riguardo all'ideale metafisico, e se — ad ogni modo — si può trovarvi un problema insoluto, non è men vero che esse contengono un'affermazione *positiva* della scienza, precorrente a quell'indirizzo filosofico che il secolo decimonono ha sviluppato sotto il nome di positivismo: e tra i seguaci di tale indirizzo, più consapevoli della storia del pensiero, vediamo riattaccarsi direttamente ad Hume, come a maestro, filosofi quali Stuart Mill e Mach, con tendenze nettamente empiriche, rifiutanti di ammettere che la posizione humiana sia stata superata da chicchessia, e che essa debba ritenersi assorbita nella critica di Kant, secondo il giudizio convenzionale, ripetuto dai pappagalli della filosofia (2).

(1) Vedasi specialmente la prima e più vasta opera « Treatise of Human Nature » (1739), ed il libro I « of the Understanding ».

(2) I più zelanti arrivano ad escludere dalla storia della filosofia le analisi più profonde del « Treatise » di Hume, sotto lo specioso pretesto che Kant ha conosciuto delle sue dottrine solo quel tanto che è riprodotto o popolarizzato nei Saggi posteriori, sicchè il resto non

19. **La logica di Kant.** — Mentre già si disegna la rovina del razionalismo metafisico, la logica sembra — da opposte parti — tendere ad un perfezionamento degli schemi verbali, per mezzo di un'analitica simbolica. L'ideale della Characteristica universalis di Leibniz, cui si riferivano poche, e in gran parte anche inedite, suggestioni del maestro, viene perseguito nelle ricerche di

J. A. Segner « Specimen logicae universaliter demonstratae » (1740).

G. Ploucquet « Fundamenta Philosophiae speculativae » (1759) ecc.

J. H. Lambert « Neues Organon » (1764). « Anlage zur Architectonic oder Theorie des Einfachen und des Erstens in der philosophischen und mathematischen Erkentniss » (Riga, 1771).

G. I. Holland « Abhandlung über die Mathematik, die allgemeine Zeichenkunst und die Verschiedenheit der Rechnungsarten » (1764) ecc. (1).

ha avuto una vera azione sul progresso delle idee. Quasi che il pensiero d'un filosofo — che (attraverso una forma storica) esprime una posizione dello spirito umano *sub specie aeternitatis* — non avesse vita fuori dell'influenza che accidentalmente esso dispieghi sull'opera dei prossimi pensatori o delle condizioni che nel momento gli assicurino un successo mondano!

(1) Tra questi lavori ci è occorso di poter vedere soltanto la Anlage zur Architectonic di Lambert. Una notizia dei sistemi simbolici offerti dai detti autori (insieme ad un'ampia bibliografia) trovasi in J. Venn « Symbolic Logic » 1881, 2ª ed. Macmillan, Londra, 1894. Nella Rivista Matematica edita da G. Peano, vol. IV, pag. 120

Un breve cenno intorno al significato proprio di quest' analisi sarà dato da noi nel § 28. Quì rileveremo soltanto che, per quanto ci è dato giudicare, il tentativo di Lambert (il matematico ben noto fra i precursori della geometria non-euclidea !) sembra offrire un particolare interesse per lo scopo gnoseologico. Lambert s' ispira all' idea di Leibniz di trovare i concetti semplici, che costituiscono gli elementi della conoscenza : i quali appunto vuole rappresentare con segni di tipo matematico. La Grundlehre da lui disegnata muove dal principio che siffatti concetti debbono esistere, « altrimenti è come se il definire e il dimostrare non avessero alcun fine » ([1]). Pertanto, secondo Lambert, la definizione dei concetti deve esser data, intensivamente, partendo dai predicabili più generali che ne costituiscono le note ; e a questi sommi generi spetta un significato reale. Il dubbio, che sembra pure affacciarsi al filosofo, viene rimosso colla considerazione che se, in luogo di adoperare *assiomi* forniti dalla cosa stessa, ci si servisse solo di *principî*, riflettenti, non la *materia* (Stoff), bensì la *forma* della conoscenza, allora rimarrebbero al più solo concetti relazionali. Ma poichè da semplici relazioni non si può determinare alcuna cosa, se fossimo legati, in tal guisa, all' apparenza, la Grundlehre *umana* sarebbe obbli-

(1894) trovasi pure una notizia su Lodovico Richeri « Algebrae philosophicae in usum artis inveniendi, specimen primum ». Miscellanea Taurinensis, II, 1761.

([1]) Architectonic, pag. 19.

gata e potrebbe contenere soltanto i fondamenti dell'apparente, e render comoda all'uso la sua teoria (¹). Si vedono qui dei pensieri assai interessanti per spiegare l'evoluzione delle idee che mette capo alla critica di Kant (ed anche per illuminare i più recenti motivi pragmatici della logica matematica in Peirce).

Ma non si deve credere che l'ideale della logica simbolica derivi soltanto dalla veduta realistica, che ritiene della filosofia di Leibniz e — risalendo ai suoi precursori — fino della concezione alchimistica della scienza di Raimondo Lullo. Infatti dall'empirista Locke, che già dicemmo manifestare il suo favore per una semeiotica, lo stesso ideale passa in Condillac (²) (1715-1780), che professa, più radicalmente, la dottrina sensistica. Per Condillac l'analisi delle idee o « art de penser » si riduce a « une langue bien faite » (XV, pag. 400), poichè la causa precipua degli errori nei nostri giudizî è l'abitudine di giudicare per mezzo di parole di cui non analizziamo il senso. Anzi, dopo avere avvertito che le lingue sono mezzi analitici imperfetti di un innato *language d'action* (*ibidem* e XVI, pag. 4), il Nostro viene a considerare l'algebra come la lingua delle matematiche, più semplice di tutte le lingue (XV, 435

(¹) Architectonic, pag. 39.

(²) « Oeuvres complètes ». Parigi, 1827 : t. XV. « La logique ou les premiers devéloppements de l' art de penser », e t. XVI, « Langue des calculs ».

e seg.), e meglio la sola lingua ben fatta (XVI, 5), e ne fa oggetto di studio, come metodo di analisi del pensiero.

Queste vedute hanno esercitato il loro influsso, soltanto più tardi, sullo sviluppo della logica nel secolo decimonono; Emanuele Kant — che era amico di Lambert e professava stima per l'uomo impareggiabile — ha la mente tutta rivolta alle conseguenze scettiche che la rovina del razionalismo pareva portare con sè. Egli non sa appagarsi della veduta psicologica a cui sono condotti gli empiristi che hanno abbandonato il realismo aristotelico o leibniziano, poichè nella realtà del pensare, che si esprime colle parole o coi segni, essi riguardano soltanto il fatto empirico e si fermano a indagare la genesi dalle forme più elementari (bambini, selvaggi ecc.), essendo quindi incapaci a distinguere ciò che ha valore rispetto alla scienza. Kant parte invece dalla scienza fatta, per risalire — con metodo regressivo — ai principî che la rendono possibile. Invero egli giudica incontestabile che le matematiche (ed anche la « fisica pura » che comprende, in ispecie, la meccanica razionale), abbiano un valore di necessità che non può esser conferito dall'esperienza; ma, per contro, dà ragione a Locke, contro Leibniz, che i principî di tali scienze non sono affatto riducibili a giudizî (analitici) d'identità.

Ciò che vi è di preconcetto razionale nel metodo di Galileo, di Torricelli e del chimico Stahl, è così descritto nella prefazione alla seconda edizione

della Critica della ragione pura (1): « Essi (quei fisici) compresero che la ragione vede solo ciò che lei stessa produce secondo i propri disegni, e che, con principî dei suoi giudizî secondo leggi immutabili, deve essa entrare innanzi e costringere la natura a rispondere alle sue domande; e non lasciarsi guidare, da lei, per così dire, colle redini; perchè altrimenti le nostre osservazioni non metterebbero capo a una legge necessaria, che la ragione cerca e di cui ha bisogno. È necessario dunque che la ragione si presenti alla natura avendo in una mano i principî, che soli possono dare ai fenomeni concordanti fra di loro autorità di legge, e nell'altra l'esperimento, che essa ha immaginato secondo questi principî, per venir istruita da lei; ma non in qualità di uno scolaro che stia a sentire tutto ciò che piaccia al maestro, anzi di giudice, che dal suo posto costringa i testimoni a rispondere alle domande che egli loro rivolge ».

Pertanto la stessa ricerca sperimentale, razionalmente disposta, suppone — per Kant — dei principî sintetici a priori, che sono giudizî, non identici, in cui si aggiunge ai dati dell'esperienza un ordine necessario, prodotto dello spirito. L'analisi di tali principî riposa sulla distinzione fra la *forma* e la *materia* della conoscenza; la materia è il dato esterno, la forma

(1) « Kritik der reinen Vernunft », 1781, 2ª ed. 1787 in « Sämmtliche Werke » Lipsia 1838, t. II. Trad. it. di Gentile e Lombardo Radice, Bari, Laterza, 1910.

riflette la natura e l'attività dell'organo pensante: più precisamente le forme della sensibilità sono le intuizioni dello spazio e del tempo, da cui derivano gli assiomi della geometria e della meccanica, mentre le forme dell'intelletto porgono gli assiomi logici.

Queste forme a priori sono ritenute da Kant qualcosa che la riflessione è capace di scoprire in sè, nella maniera rigidamente determinata, che conviene al suo concetto della scienza — della geometria d'Euclide e della meccanica di Newton — come d'un acquisto definitivo ed immutabile. Pure egli non ci dà propriamente una critica che da questa scienza fatta risalga alle condizioni e al significato del sapere, quale fu svolta più tardi — sebbene in altro senso — da Augusto Comte. E la sua giustificazione *de jure* trascorre fino a porre arditamente i principî che dovrebbero servire di base ad un prolungamento della scienza: ma questo tentativo, eseguito nei « Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft » (1786) [1], non sembra riuscito in modo da accrescere la reverenza dei fisici per il filosofo di Konisberga; come il lettore italiano può giudicarne dalla traduzione che il Tocco ha dato di tale scritto.

Prescindendo da queste applicazioni infelici, la stessa distinzione radicale tra forma e materia, o tra subiettivo ed obiettivo, non può ammettersi nel senso assoluto che il Nostro le conferisce: Salomone Maimone, nell'analisi a cui ha sottomesso la critica

[1] Werke, V, pg. 303.

di Kant (1790) ([1]), ha ben visto che vi è qui soltanto una separazione relativa di elementi del sapere, distinguibili in un progresso di approssimazioni successive. Nè può tenersi valida la veduta di Kant che la *realtà dei principî a priori* venga dimostrata dalla *possibilità dell' esperienza*, che li presuppone: poichè non è ricevibile il dilemma fra un'esperienza tipica e l'impossibilità di ogni sperimentare, quando l'esperienza di fatto ci offre soltanto dei gradi di conoscenza, sia pure indefinitamente perfettibili.

Così la tesi idealistica di Kant si riduce insomma ad un'affermazione vigorosa dell'esigenza mentale, cioè delle condizioni di rappresentabilità e d'intelligibilità a cui gli oggetti debbono piegarsi perchè sia possibile ordinarli in una scienza umana; ed il valore di codesta tesi — anche di fronte al positivismo che restringe il sapere alla stretta misura del contenuto obiettivo — sembra suscettibile di apparire soltanto nella considerazione storica dello sviluppo dei concetti scientifici, aggiungendovi, tutt'al più, una fede illimitata nell'adattamento delle esperienze ai principî regolativi della ragione. Per illustrare questi giudizî, si consideri la distinzione delle qualità primarie e delle qualità secondarie della materia: se essa ha cessato — dopo Berkeley — di pretendere ad una realtà metafisica, si può mantenere — al lume della coscienza riflessiva, come della storia — che esprima tuttavia

([1]) Cfr. il « Versuch einer neuen Logik... », 1794, ristampato a Berlino 1912; ove è pure offerta una nuova analisi simbolica.

un' esigenza della mente scientifica; e ciò Kant esprime attribuendo soltanto alle qualità primarie il carattere d' implicare condizioni a priori dell' oggetto [1]. Ma chi oserebbe affermare che il criterio dell' evidente, debba conformarsi rigidamente ai concetti cartesiani, anzichè svolgersi, in armonia con una riflessione suffragata da più larga esperienza?

La funzione propriamente logica dell' intelletto è studiata da Kant, non solo nella 2ª Parte della Critica della ragion pura, ma anche nelle lezioni sulla « Logik » [2] raccolte e pubblicate da Iäsche nel 1800. La lettura di quest' opera speciale convince facilmente che la veduta logica di Kant è così lontana dalla chiarezza e dalla precisione di Leibniz, come in generale la veduta dei pensatori non educati alle matematiche resta lontana da quella dei matematici.

Leibniz aveva bene scorto che la « possibilità » è la « realtà » logica, e aveva posto il principio di ragion sufficiente per determinare l' esistente (la realtà fisica) di fronte all' ente (cioè al mondo logico). Kant, riprendendo i principî leibniziani, intende che il principio di contraddizione valga a determinare la « possibilità » e il principio di ragione la « realtà logica »; la quale non si sa invero che cosa possa significare.

La confusione dei criteri logici coi metafisici nella

(1) Cfr. le osservazioni che chiudono il § 3 della Critica della ragion pura.

(2) Werke, III, pag. 167.

modalità dei giudizi (possibilità, necessità, contingenza) è stata già rilevata dal kantiano W. Hamilton; ma la mancanza di un chiaro riconoscimento di ciò che è logico o formale salta pure agli occhi nell'analisi che Kant ci offre degli atti logici: *comparazione*, *riflessione* e *astrazione* [1]. Imperocchè egli non si chiede in quali condizioni questi atti sieno davvero indipendenti dalla particolarità degli oggetti, o dai rapporti che possono avere col precedente contenuto della coscienza, o col sentimento fondamentale che in essa domini. Eppure, apprendendo da Leibniz che i principî d'identità e di contraddizione esprimono l'*invarianza* degli oggetti del pensiero *logico*, avrebbe ben dovuto scorgere che il solo aspetto per cui un'operazione della mente può esser ritenuta come logica è quello in cui si associano e dissociano idee che si possano riconoscere invariate nel processo medesimo [2].

La manchevolezza, e soprattutto l'oscurità e l'imprecisione della logica di Kant, si mostra nettamente nella teoria della definizione. La definizione, egli dice (Logik, § 99), è « conceptus rei adequatus in minimis terminis determinatus »; restano fuori le definizioni *nominali* o spiegazioni di nomi, che contengono il significato arbitrario attribuito a certi nomi e però non indicano l'essenza dell'oggetto (§ 106). D'altronde ei distingue le definizioni *analitiche* di un concetto dato e quelle *sintetiche* di un concetto fatto (gemachten).

(1) Logik, § 6.
(2) Cfr. Maimone « Versuch einer neuen Logik », pag. 15.

Cosa singolare! un filosofo, cui è titolo d'onore avere affermato l'attività dello spirito, non si accorge che *tutti* i concetti sono fatti, poichè — quando si vogliano determinare precisamente nel pensiero logico — devono pure essere definiti in modo sintetico, cioè costruiti dalla mente (collo stesso procedimento ch'ei ravvisa nelle matematiche) ad immagine di quella realtà che si vuole logicamente rappresentare.

Ma, senza indugiarci in un esame infruttuoso, l'errore di Kant sulla natura del definire, la sua confusione dei criteri formali e materiali della conoscenza, e infine tutto ciò che vi è di oscuro e di approssimativo nel suo pensiero, apparirà, soprattutto agli occhi dei matematici, dalle regole per esaminare la definizione, esposte nel § 105:

1) se, riguardata come proposizione, sia vera;

2) se, come concetto, sia distinta;

3) se, come concetto distinto, sia sufficientemente distinto;

4) se infine, come concetto sufficientemente distinto, sia del pari determinata, cioè adeguata alla cosa.

I difetti manifesti della logica kantiana, che già resultano dal breve esame precedente, giustificano forse il sospetto di Venn [1], che per quanto buona possa essere stata l'influenza di Kant nella filosofia, altrettanto disastroso sia l'effetto della sua speculazione logica.

[1] « Symbolic Logik » 2ª ed. Introduction, pag. XXXV.

Nondimeno, data la speciale importanza della posizione storica, conviene far capo a Kant per cercarvi che cosa sia per divenire il concetto generale della logica quando in essa non si scorga più l'aspetto reale di una classificazione ontologica. Se non si vuole ritornare, cogli Stoici, ad una visione puramente discorsiva e grammaticale, di cui la simbolica offre il proseguimento, sembra si abbia a ridurre la logica alla psicologia. Intanto il Nostro ci avverte [1]: « La logica è una scienza razionale, non solo per la forma, bensì anche per la materia; una scienza *a priori* delle leggi necessarie del pensiero, ma non in riguardo ad oggetti particolari, bensì a tutti gli oggetti in generale; dunque una scienza dell'intelletto e del retto uso della ragione, ma non del soggetto cioè secondo principî empirici (psicologici) come l'intelletto pensa, bensì obiettiva, cioè per principî *a priori*, come esso deve pensare ». E prosegue criticando quei logici che suppongono nella logica principî di psicologia, ciò che ritiene assurdo come raccogliere la morale dalla vita. Infatti non si tratta di vedere come il pensiero effettivamente pensa, soggiacendo a impedimenti e condizioni di diversa maniera, e di stabilire così delle leggi contingenti, sibbene di scoprire l'uso necessario — che il pensiero stesso trova in sè senza psicologia — secondo cui l'intelletto deve governarsi.

Quest'avvertimento categorico di distinguere la

(1) A conclusione della sez. I. dell'Einleitung alla Logik (Werke III, pag. 175).

ricerca logica dalla psicologica (in armonia con tutto il metodo della Critica) s'intende facilmente, quando si riguardi al fatto empirico della genesi psicologica, come un invito a tener conto dell'ideale del pensiero riflesso nella scienza, che ha significato di norma, e che troviamo nella nostra coscienza. Tuttavia rimane come oggetto della logica lo studio delle operazioni mentali e delle leggi che le governano e debbono governarle, quando il pensiero si svolge nelle forme del ragionamento esatto, per esempio delle matematiche. E questo studio dell'attività del pensiero soddisfacente a certe condizioni limiti, è insomma una *psicologia razionale*, contrapposta alla psicologia *empirica*, come la teoria del movimento dei corpi senz'attrito si contrappone alla fisica del moto.

Certo questa psicologia razionale assume un significato nei rapporti fra gli uomini: appunto perchè la scienza fatta esprime il lavoro collettivo della società, i resultati del metodo critico regressivo, che da essa risale alle condizioni necessarie, avranno un valore sociale od umano come « possibilità d'accordo » fra menti diverse nello spazio e nel tempo, onde si potrà parlare astrattamente d'una ragione impersonale sovrastante o anteriore agli spiriti individuali. Ma non è dato andar oltre questa interpretazione quasi-comtiana, a meno di restaurare — in qualche modo — il supposto che le relazioni logiche siano reali nello spirito d'Iddio. Tale veduta è nettamente espressa nei « Nouveaux Essays » di Leibniz (XXX, 4), che — venuti in luce, come si è detto, nel 1765 —

ebbero notoriamente ad influire sul pensiero critico di Kant. Si può arguire ch'essa abbia lasciato un'ombra nella mente del Nostro. Ma qui appunto si è riattaccato lo sviluppo ulteriore dell'idealismo, che — nella sua romantica ebbrezza — ha esaltato, come oscuro principio costruttivo del mondo, lo Spirito universale immanente nella coscienza degli uomini, che si ritrova in essi, alla stessa guisa dell'idea platonica « Uno nei molti ».

Di fronte a questa interpretazione metafisica, chi si attacchi al significato positivo della dottrina, e non voglia oltrepassare il concetto della logica *formale*, professato da Kant, è costretto a riconoscere (con Fries) che l'analisi dell'attività del pensiero — comunque istituita mercè la critica della scienza anzichè col metodo psicogenetico empirico — ha sempre, in definitiva, un significato psicologico. Mentre il valore obiettivo dei principî a priori desunto dalla possibilità dell'esperienza, apparirà giustificato, come si è detto, in ogni momento storico soltanto in quella misura in cui l'esperienza si rivela realmente adattata alle esigenze della ragione.

Intanto, una chiara veduta dell'attività logica, come funzione definita dell'intelletto, indipendente dagli oggetti del pensiero, importa una virtuale riforma della logica stessa: che matura, di fatto, nella critica dei pensatori matematici, durante il secolo decimonono.



III.

LA RIFORMA DELLA LOGICA CONTEMPORANEA

20. **Motivi generali della riforma della logica nel secolo decimonono.** — Lo sviluppo della logica anteriore al secolo decimonono non ha mutato, apparentemente, il concetto tradizionale dell'ordinamento delle scienze dimostrative: solo lo ha reso più chiaro, come si vede massimamente in Pascal. Tuttavia la metafisica che soggiace alla logica aristotelica, cede ad una nuova maniera di pensare. L'ideale della scienza espresso da Leibniz rinnova già sostanzialmente Platone. D'altra parte, attraverso la critica psicologica del conoscere, vengono meno i presupposti ontologici dell'antico razionalismo, e così la logica assume consapevolezza del suo carattere formale, riducendosi ad una dottrina dei processi mentali: in rapporto a ciò sta il significato della definizione di *nome*, ormai riconosciuta dai pensatori più lucidi come unico modo di definizione propria.

Ma la disfatta del razionalismo matematico, che aveva brillato di vivida luce nel secolo decimosettimo, sembra contrassegnare una decadenza del pensiero logico. Che avverrà ora nel secolo decimonono? Non è a temere che l'interesse logico del Rinascimento, rivolto soprattutto all'ars investigandi, si spenga di fronte al fatto di una scienza positiva oramai indipendente dalla filosofia? All'opposto accade che la riforma della logica, lungamente preparata, maturi qui, sotto l'impulso di diversi motivi, attinenti allo sviluppo delle Matematiche.

Ma una particolare difficoltà per lo storico che miri ad una spiegazione non superficiale del soggetto, è l'apparente mancanza di un criterio direttivo a cui tale sviluppo venga subordinato: dappoichè all'unità del progresso dei secoli precedenti, sempre dominato da un interesse centrale, si vede succedere una pluralità d'indirizzi e di problemi, quasi frammenti di un edificio spezzato o almeno rami disgiunti di un tronco, che si allarga alla cima per dispiegare al sole tutte le sue foglie.

Di questa libertà di sviluppo è facile indicare la ragione: le Matematiche affermano il loro diritto ad esistere come dottrina pura, indipendente dalle applicazioni alla scienza naturale; e quest'affermazione si giustifica, ora per la maturità di talune teorie, e per l'interesse estetico dei problemi che vi si attaccano, ora per la necessità di risolvere criticamente i dubbi inerenti all'uso di certi concetti e di restituire così al sapere matematico quella rigida sicurezza, che è suo

vanto e tradizione gloriosa. Ma il filosofo, oltre questi motivi, scorgerà il riflesso della più profonda crisi, susseguente alla disfatta del precedente razionalismo. Al matematico del secolo decimonono più non assiste la fede di poter trarre dal fondo del proprio pensiero la risoluzione dei problemi della natura; e però la sua intuizione non ha più un giudice esterno cui sottomettersi, anzi può e deve fiorire liberamente, foggiando i quadri entro cui il fisico riuscirà a comporre formalmente taluni ordini di fenomeni. Non si ha da credere, per questo, che la produzione matematica si disfreni senza norma e che tutta l'acqua del gran fiume si dissolva e perda in mille rivoli, solcanti un terreno melmoso. Gli sviluppi del pensiero obbediscono pure a forze direttive interne, e nelle diverse correnti si riflette ancora — per qualche aspetto — l'interesse dei problemi tradizionali, onde gl'indirizzi divisi e specificati si ricongiungono in saldi nodi, dando vita a più alte dottrine: in una parola, quell'ordine che lo spirito non può più trarre dalla esterna natura, ei lo ritrova e riconosce in se stesso, e nella piena libertà dei suoi atteggiamenti. Ma non è più un ordine dato, sì progressivamente costruito.

Ora per lo storico della logica, sono da prendere in considerazione e da ravvicinare alcuni movimenti di pensiero, che hanno origini in gran parte distinte, e che pure reagiscono l'uno sull'altro e s'incontrano — come vedremo — in un medesimo concetto riformatore.

1) Indichiamo anzitutto il nascere della geometria proiettiva, nella scuola di Monge e di Poncelet.

L'opera organica, che in qualche guisa segna la data, è qui il « Traité des proprietés projectives des figures » di Poncelet del 1822, ma la visione sistematica delle proprietà proiettive si è guadagnata, in realtà, per un lento sviluppo del pensiero, che si ricongiunge a Desargues e Pascal nel secolo decimosettimo, e che si prosegue poi, traverso la scuola di Newton e per la piccola vena di taluni geometri di second'ordine ([1]). Ora, nella scuola di Monge, il formarsi dei concetti della geometria proiettiva è accompagnato da una larga critica filosofica, che investe per esempio il principio di continuità (Poncelet). A questa critica si riattacca in ispecie l'opera logica svolta da Gergonne nei suoi « Annales de Mathématiques » fra il 1816 e il 1819, e poi nelle considerazioni filosofiche sul *principio di dualità* che regge la geometria di situazione, dallo stesso autore formulate nel 1826. Il qual principio, illuminato mercè la considerazione più generale delle trasformazioni e corrispondenze (Möbius, 1827), e poi dall'uso delle coordinate introdotte a rappresentare enti geometrici qualsiansi (Plücker, 1830), doveva a grado a grado elevarsi, come vedremo, ad una più alta significazione.

2) Assai lontane dalla geometria proiettiva appariscono le origini della geometria non-euclidea ([2]), che

([1]) Cfr. Chasles « Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie... » (Bruxelles, 1837).

([2]) Cfr. R. Bonola « La Geometria non-euclidea. Esposizione storico-critica del suo sviluppo ». Bologna, Zanichelli, 1906. Si veda

pure oggi consideriamo — con Klein — accanto alla euclidea, come uno dei sistemi metrici subordinabili ad uno stesso sistema proiettivo, in rapporto ad una quadrica-assoluto. Le ricerche classiche intorno al postulato euclideo delle parallele conducono a stabilire la possibilità di un sistema geometrico in cui codesto principio viene negato; Gauss, Lobacesky (1829-40) e Bolyai (1832) giungono così a mettere in luce l'*indimostrabilità* della discussa proposizione.

Ora, in primo luogo, la ricerca critica intorno ai fondamenti della teoria delle parallele affina la valutazione dei postulati per parte dei geometri, inducendoli a riconoscere e formulare anche le ipotesi che si nascondono, implicite, nell'*evidenza* dei principî: ciò che già appare nei precursori, Saccheri e Lambert. E di qui la critica procede ancora a generalizzare gli stessi principî; la qual tendenza assume un particolare rilievo nella teoria degli spazî a più dimensioni (H. Grassmann, 1844 e B. Riemann, 1854), e in più sensi si esprime nelle ricerche dello stesso Riemann e di Helmholtz (1868).

Ma, in secondo luogo, il riconoscimento di una *possibilità* geometrica che non si accorda colla nostra intuizione dello spazio, viene a recare il colpo di grazia al razionalismo metafisico del secolo decimottavo. La *realtà*, nemmeno quella realtà geometrica che risponde

pure dello stesso A. l'art. 8 nelle « Questioni riguardanti le matematiche elementari » raccolte e coordinate da F. Enriques (2ª ed., t. I, 1912).

al primo concepimento dell' essere razionale presso gli Eleati, non può essere determinata *a priori*, giacchè la scelta tra le geometrie possibili si riduce ad una *verifica sperimentale*, sia che possa valere all'uopo una esatta misura dei triangoli geodetici (cui Gauss aveva rivolto la sua attenzione), sia che convenga volgersi all'osservazione astronomica (come già Schweikart proponeva nel 1817). Ed i pensatori matematici più lucidi che accettarono la tesi, così posta, dovettero pur riconoscere che essa colpisce anche la dottrina dello spazio di Kant: il famoso ponte che doveva condurre ai voli dell'idealismo assoluto!

Qui non si ferma l'influsso della geometria non-euclidea sulla logica del secolo decimonono. Vi è da annoverare, in terzo luogo, quella fase di sviluppo della dottrina (che si connette poi alle costruzioni iperspaziali) in cui se ne ricercano le *possibili interpretazioni concrete*. L'idea, accennata dal Riemann, è messa in atto dal Beltrami nel suo classico « Saggio d'interpretazione della geometria non-euclidea » (1865), e da questo lavoro, e da quello di Hesse su un « Uebertragsprincip » (1866), si svolge, in tutta la sua pienezza, il concetto della *geometria astratta*, in cui si può ravvisare il naturale prolungamento del principio di dualità guadagnato nella geometria proiettiva, ed anche il preludio immediato della nuova concezione del *sistema ipotetico-deduttivo*, accolta nella logica contemporanea.

3) Allo stesso concetto astratto della scienza formale giunge per una via diversa dalle precedenti, e

per lungo tempo appartata, lo sviluppo della logica in Inghilterra. Il vasto movimento dei logici matematici di questo paese, intorno al problema fondamentale dell'espressione del pensiero per mezzo di simboli ([1]), sembra ivi riattaccarsi all'adozione dei simboli continentali del Calcolo differenziale e integrale, poichè le vecchie notazioni newtoniane erano ancora in uso ai primi dell'Ottocento: i progressi che la Meccanica celeste aveva raggiunto con Laplace, e più in generale l'opera dei grandi analisti francesi, furono causa precipua di questa riforma, frutto di una vera crociata intrapresa a Cambridge, segnatamente per merito di Whewell. Ma anche altre dottrine matematiche, cresciute sul continente, passavano in Inghilterra, dando luogo ad un'analoga elaborazione: citiamo in particolare la teoria degli immaginari, traverso a cui G. Peacock (1833) ([2]) arriva all'analisi delle proprietà formali delle operazioni, e poi il calcolo delle probabilità di Condorcet e le prime applicazioni del metodo matematico alla statistica e all'economia, cui si volge il pensiero di G. Boole e di S. Jevons. Tali nomi appunto appartengono ai fondatori della logica simbolica inglese, figurando accanto a quelli di A. De Morgan e di W. Rowan Hamilton, l'autore della

([1]) Affatto indipendente dai precedenti ignorati di Leibniz, Segner, Lambert ecc., cui accennammo nel § 19.

([2]) « Report on the Recent Progress and Present State of certain Branches of Analysis » Report on the third Meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Cambridge 1833. — Londra, 1834 (pg. 185-352).

teoria dei quaternioni: quest'ultimo non è da confondere col filosofo kantiano W. Hamilton, la cui nota dottrina sulla quantificazione del predicato procede assai meno innanzi nel senso del simbolismo ([1]).

4) Non si potrebbe apprezzare al suo giusto valore il concetto astratto della teoria formale, se non si ponesse in rapporto colla tendenza della filosofia positiva a spogliare le dottrine fisiche delle soggiacenti ipotesi metafisiche, per scorgervi soltanto dei *modelli* (in generale modelli meccanici) della realtà.

Ma quest'influenza del positivismo si dispiega sulla critica logica dei principî delle matematiche, intrecciandosi — in una maniera singolare ed interessante — coll'influsso specifico della geometria non-euclidea. Così — mentre l'idea della traduzione di diverse teorie l'una nell'altra porta in genere ad esaminare i dati intuitivi che voglionsi estendere a forme d'intuizione differenti — si crea qui un *interesse* speciale ad approfondire l'*analisi* di taluni *principî evidenti*, dove l'evidenza appunto avrebbe naturalmente arrestato la critica scrutatrice.

Ciò appare chiaramente nell'esame degli *assiomi dell'eguaglianza*, che Mach e Maxwell (prima di Helmholtz) sono condotti a svolgere, rilevando come essi traducano — in una forma evidente per riguardo

([1]) Riforma meschina (petty) la considera il Venn, e ne contesta la priorità (che spetta al Plouquet) e rimprovera al suo autore l'inesatta interpretazione degli schemi di cui fa uso (cfr. op. c. pg. 9). Si veda pure la polemica con De Morgan che va dal 1846 al 1873 nell'Athenaeum e nella Contemporary Review.

a certi ordini di concetti — dei *fatti* fisici: il verificarsi dei quali costituisce la condizione necessaria perchè la realtà ammetta veramente la supposta rappresentazione concettuale.

5) Ora, altre esigenze dello sviluppo delle Matematiche del secolo decimonono concorrono, colla geometria non-euclidea e colla interpretazione positivistica delle teorie fisiche, nella critica dei principî evidenti. In prima linea l'esigenza di dare solido fondamento all'Analisi, superando le difficoltà ormai mature del Calcolo infinitesimale e sciogliendo i paradossi offerti dalle serie divergenti, le pseudo-dimostrazioni dei massimi e minimi, delle derivate ecc. Da Abel a Cauchy fino a Weierstrass, in cui culmina l'*aritmetizzazione* delle Matematiche, tutti i grandi analisti sono impegnati in questo lavoro, che riesce infine a sistemare la scienza anche nelle sue parti più delicate, edificandola — con stretto rigore — sulla base del concetto fondamentale del *numero intero*.

In margine all'accennato movimento fiorisce la critica più filosofica (di Bolzano, Du Bois Reymond, Cantor...) che ci ha dato una nuova *analisi dell'infinito*: per mezzo della quale — superando il limite dell'evidenza — è apparso ora, nella sua vera luce, il significato degli *assiomi della disuguaglianza*.

6) Ma, nonostante la grande importanza di questi diversi movimenti, che concorrono tutti nella *riforma della logica* contemporanea, noi riteniamo che questa riforma si affermi pienamente soltanto attraverso la *critica più recente dei principii della geometria*, per la

quale i pensatori matematici acquistano coscienza matura del significato di una rivoluzione compiuta nei secoli.

Abbiamo fermato l'attenzione su alcuni punti che ci proponiamo di svolgere nei seguenti paragrafi. Toccheremo rapidamente gli aspetti più caratteristici dei motivi qui disegnati, collo scopo di spiegare quale sia il vero senso della riforma, che scaturisce da quei motivi e da tutto il vasto movimento di pensiero che dobbiamo ritenere correlativo allo sviluppo delle Matematiche, e particolarmente alla critica dei principî della scienza.

21. **Il principio di dualità e l'opera logica di Gergonne.** — Abbiam detto che al nascere della geometria proiettiva si accompagna un movimento di pensiero e segnatamente una critica logica, svolta da Gergonne (1816-19), negli Annales de Mathématiques da lui stesso diretti, cui si aggiunge più tardi la formulazione del « principio di dualità » (1826). Gli articoli di Gergonne appartenenti all'indicato triennio ci sembrano assai meritevoli di studio; essi sono qui annoverati.

L'« Essai de dialectique rationnelle » (t. VII, pg. 189) — partendo dai così detti *cerchi* di Eulero [1] — trae dalle regole di conversione delle pro-

[1] Questo modo di rappresentare i rapporti di subordinazione dei concetti, esposto nelle note « Lettres à une Princesse d'Allemagne » si trova già in Johachim Jungius maestro di Leibniz, segnalato

posizioni, la classificazione dei sillogismi. Il saggio « De l'analyse et de la synthèse dans les sciences mathématiques » (ibidem, pg. 345) ripone la base dei teoremi negli assiomi e dei problemi nei postulati, ed esplica il significato dell'analisi e della sintesi: in complesso la lucida esposizione non sembra levarsi di molto sopra la logica tradizionale, ma è degno di nota che l'A. esprima due volte il suo convincimento che tutte le definizioni sono nominali (cfr. le note a pg. 346, 364). Infine l'« Essai sur la théorie des définitions » (t. IX, pg. 1) contiene i pensieri più originali.

Dopo aver notato che le definizioni introducono soltanto delle parole a designare certe collezioni d'idee, l'A. spiega chiaramente le regole cui vengono sottomesse, ed è condotto, in tal guisa, ad esprimere alcune osservazioni interessanti. Che egli abbia compreso qui, interamente, l'importanza della definizione nominale, resulta, per esempio, dalla regola III in cui nota che conviene dar nome soltanto a quelle collezioni che si prevede ricorrano frequenti nel discorso, sicchè la definizione viene concepita come suggello di un processo costruttivo del pensiero. Ma un'osservazione più nuova scaturisce dalla regola che la definizione non abbia da contenere altre parole non note: poichè l'A. avverte che il definire per mezzo

da Itelson e da Vailati (Scritti, pg. 621). Ma esso risale sostanzialmente a Lodovico Vivès (De Censura Veri: Opera, pg. 607), citato da Venn, op. c. pg. 507.

di termini non noti equivale a porre un' equazione tra due incognite. Di qui egli è condotto ad estendere il concetto ordinario della definizione: « si une phrase contient un seul mot dont la signification nous est inconnue, l' énoncé de cette phrase pourra suffire à nous en révéler la valeur. Si, par exemple, on dit à quelqu' un qui connaît bien les mots *triangle* et *quadrilatère*, mais qui n' à jamais entendu prononcer le mot *diagonale*, que chacune des deux diagonales d' un quadrilatère le divise en deux triangles, il concevra sur le champ ce que c' est qu' une diagonale et le concevra d' autant mieux que c' est ici la seule ligne qui puisse diviser le quadrilatère en triangles. Ces sortes de phrases qui donnent ainsi l' intelligence de l' un des mots dont elles se composent, au moyen de la signification connue des autres, pourraint etre appelées *définitions implicites*, par opposition aux définitions ordinaires qu' on appellerait *définitions explicites*.... On conçoit aussi que... deux phrases qui contiennent deux mots nouveaux, combinés avec des mots connus, peuvent souvent en déterminer le sens » (pg. 22-23) [1].

La teoria della definizione implicita d' un sistema di concetti per mezzo di un sistema di proposizioni, è divenuta essenziale per la logica contemporanea. Ma essa non avrebbe potuto apparire nella luce in cui oggi la vediamo, se non risultasse chiarita da quel principio generale di sostituibilità dei concetti, che ha il suo germe nel principio di dualità della geometria

[1] Cfr. G. Vacca, Rivista di Matematica, 1899.

proiettiva. Sorvolando sulla precedente osservazione di Snellius, relativa alla simmetria cui dan luogo i teoremi della geometria sferica, diremo in breve di questo fecondo principio che Gergonne ha formulato nelle « Considérations philosophiques sur les élements de la science de l'étendue » (Annales, t. XVIII, pg. 125, gennaio 1826), e di cui egli dice di aver acquistato chiara nozione fin dal 1819.

Dopo aver distinto la geometria di situazione dalla geometria metrica (proprietà grafiche e metriche delle figure), l'A. osserva che i teoremi della geometria di situazione (che non siano duali di sè stessi) si presentano sempre a coppie, scambiandosi ciascuno nel suo duale ove si cambino, se si tratta di geometria piana, « punti » con « rette », e per la geometria dello spazio « punti » con « piani », e lasciando qui invariate le « rette ». Siffatta simmetria o dualità costituisce, per il Nostro, un principio *a priori*, in forza del quale si ha una *géométrie en parties doubles*, per modo che — dato un teorema di situazione — si può sempre enunciare e ritener come vero il suo duale. Tuttavia l'A. mostra come la detta geometria possa svolgersi effettivamente, a partire dai più semplici principî, mettendo a riscontro lo sviluppo delle proposizioni duali, che vengono dimostrate con ragionamenti perfettamente simmetrici, e scritte su due colonne, come anche oggi si usa nei trattati di geometria proiettiva.

Qui occorrono alcune osservazioni storico-critiche. Già molto tempo prima della memoria di Gergonne l'attenzione dei geometri proiettivi aveva dovuto por-

tarsi sulle proposizioni duali. Basti ricordare che Brianchon fin dal 1806 aveva dedotto il teorema sull'esagono circoscritto ad una conica, dal teorema (duale) di Pascal sull'esagono iscritto, mediante una trasformazione polare della figura. Però soltanto nel 1824 Poncelet aveva formulato il metodo generale delle polari reciproche. Che questa trasformazione racchiuda virtualmente la dualità della geometria di situazione, di cui l'istrumento trasformatore porge anzi una dimostrazione *a posteriori*, non è dubbio; e ciò spiega abbastanza la reclamazione di priorità pubblicata negli stessi Annales: t. XVIII, pg. 125. Ma ciò non diminuisce, a nostro avviso, il valore della veduta di Gergonne, che postula una dualità *a priori*. Nemmeno il merito di Gergonne (e specialmente il suo merito filosofico!) è seriamente diminuito dagli errori in cui egli è caduto nell'applicazione del principio, dappoichè ha creduto un momento ([1]) che ad una curva algebrica piana d'*ordine n* rispondesse per dualità una curva dello stesso ordine; i quali errori lo stesso A. corregge in seguito all'avvertimento di Poncelet ([2]): mentre Poncelet che li aveva scorti, non riesce a comprender bene come la dualità si applichi a curve d'ordine superiore al secondo.

Piuttosto è da chiedere in qual senso e fino a che punto Gergonne abbia giustificato il proprio principio. Qui ad ogni critico moderno salterà agli occhi una

([1]) *Annales*, t. XVII, pg. 216-219.
([2]) *Annales*, t. XVIII, pg. 152.

lacuna: il nostro A. mostra bensì lo sviluppo parallelo dei primi teoremi della geometria di situazione da semplici principî, ma non analizza questi fino al punto da dimostrare che costituiscono un sistema di postulati sufficiente ad edificarvi la geometria di situazione. Egli non è dunque autorizzato a concludere *a priori* che *tutti* i teoremi della geometria di situazione dovranno presentare quella simmetria logica cui soddisfano i principî. All'epoca cui ci riferiamo, codesta lacuna doveva offrire tanto maggiore difficoltà ad essere superata perchè l'edificazione della geometria proiettiva appariva legata al metodo di proiezione di Poncelet, che riduce le figure a casi particolari metrici. Invero il ragionamento di Gergonne suppone lo sviluppo ulteriore della geometria proiettiva quale fu realizzato da Staudt (1847) indipendentemente dall'uso di nozioni metriche: soltanto per questo sviluppo il principio di dualità riesce stabilito veramente *a priori* e il pensiero del filosofo francese ha il suo pieno adempimento!

Frattanto la proclamazione fatta da Gergonne, e la polemica di Poncelet, non potevano lasciar indifferenti i geometri contemporanei; ai quali urgeva, prima di tutto, di stabilire il fatto. Möbius (1827) e Plücker (1830) risolvono la questione. Möbius [1], che ha dato alla scienza il concetto più generale delle trasformazioni e corrispondenze, rileva il carattere simmetrico della relazione di appartenenza fra due elementi duali (punto e retta nel piano, punto e piano

[1] *Barycentrische Calcul*, pg. 436.

nello spazio), onde segue la dimostrazione che qualsiasi reciprocità (e non soltanto le polarità considerate da Poncelet) trasforma una figura in un'altra dotata delle proprietà duali. Plücker [1] fa riposare la legge di dualità sulla considerazione delle coordinate di rette e di piani, che permette un indentico trattamento analitico delle relazioni correlative. In questo concetto è contenuta in germe la più larga estensione del principio di dualità, come « principio delle infinite interpretazioni possibili di una geometria astratta », di che parliamo nel seguente paragrafo.

22. **La geometria astratta.** — Abbiamo indicato come dallo sviluppo della geometria non-euclidea e delle dottrine iperspaziali sorga il concetto generale di una *geometria astratta capace di ricevere diverse interpretazioni*, che contiene — in un senso più elevato — il principio di dualità della geometria proiettiva.

Virtualmente questo concetto sta già interamente nell'idea di Plücker di rappresentare con coordinate non solo i punti, le rette e i piani, ma anche tutte le figure suscettibili di variare con continuità, in dipendenza da parametri. Le proprietà analitiche delle terne di numeri (x, y, z) si rispecchieranno, sia nelle figure dello spazio dove codeste terne vengano prese come coordinate dei loro elementi generatori « i punti », sia nei sistemi di cerchi del piano, qualora gli stessi

(1) « Analytisch-geometrische Entwickelungen », II, Theil. Cfr. Abhandlungen, t. I, pg. 619.

numeri vengano assunti come coefficienti dell'equazione d'un cerchio, ossia come coordinate di cerchi ecc. Ma l'analista che così ragiona ha in animo di ricondurre sistematicamente le difficoltà geometriche, inerenti allo studio di varie specie di figure, al linguaggio universale dei calcoli. La comparazione diretta di due ordini di proprietà geometriche, o di due geometrie, unificate nella rappresentazione analitica, conduce più avanti, invitando a *tradurre l'una nell'altra diverse forme d'intuizione.*

Alla domanda se la geometria non-euclidea o la geometria iperspaziale (indipendentemente dalla possibilità metafisica che taluno può scorgervi) sia un puro schema di formule algebriche, si può rispondere ora che « infiniti ordini di proprietà geometriche relative ad enti del nostro spazio euclideo, possono ritenersi come interpretazioni di una geometria non-euclidea o anche di una geometria a più di tre dimensioni ». Così nell'esempio di Beltrami, la geometria non-euclidea di una superficie piana si riflette nella geometria delle figure curvilinee tracciate sopra una superficie di curvatura negativa, dove la linea geodetica prende il posto della retta. E, secondo Klein, il sistema delle rette dello spazio ordinario ci offre l'immagine di una varietà di second'ordine a quattro dimensioni, immersa in uno spazio lineare a cinque dimensioni.

Appunto con Klein e Lie il concetto della geometria astratta ha ricevuto un grande sviluppo, divenendo poi (dopo Segre) un ordinario istrumento di

lavoro nelle mani dei geometri italiani contemporanei. Infatti nulla è più fecondo che la moltiplicazione dei nostri poteri intuitivi recata da codesto principio: pare quasi che agli occhi mortali, con cui ci è dato esaminare una figura sotto un certo rapporto, si aggiungano mille occhi spirituali per contemplarne tante diverse trasfigurazioni; mentre l'unità dell'oggetto splende alla ragione così arricchita, che ci fa passare con semplicità dall'una all'altra forma.

Ma l'uso di un siffatto principio, per essere veramente fruttuoso, esige un esercizio sicuro delle nostre facoltà logiche. Si passa da un sistema A ad un sistema B, i due sistemi apparendo come interpretazioni possibili di una medesima teoria astratta. Ciò significa che certe relazioni a di A, si traducono in certe relazioni b di B, e quindi tutte le conseguenze logiche delle a daran luogo ad analoghe conseguenze delle b, che ci porgono *a priori* nuove conoscenze relative a B. Ora, per scoprire le conseguenze delle a, noi *guardiamo* agli oggetti che ci son dati con A, e dobbiamo chiederci quindi se le proprietà così scoperte richiedano una intuizione nuova, cui potrebbe mancare l'equivalente in B, ovvero dipendano effettivamente per deduzione logica dalle a, senza possibile aggiunta di alcunchè d'evidente. L'istrumento della geometria astratta si basa dunque sopra una costante ripetizione dell'*analisi logica dei principî delle teorie deduttive*, in ordine a diversi sistemi di concetti e a diverse forme d'intuizione. E pertanto attraverso questo esercizio i geometri hanno oggi affinato il *senso di ciò che*

è *logico*, fino ad un grado che altri non saprebbe raggiungere.

23. **Il concetto della scienza formale e delle sue diverse interpretazioni nei logici matematici inglesi.** — Al concetto della geometria astratta di cui si è discorso innanzi, deve essere ravvicinato il libero concetto delle scienze formali o speculative che, in opposizione a quello delle scienze fisiche, si afferma dai logici matematici inglesi.

« Nelle scienze speculative — dice Peacock nel citato Report del 1833 [1] — noi riguardiamo soltanto ai resultati della scienza stessa e al rigore logico del ragionamento con cui si deducono dagli assunti primi principî; e tutte le nostre conclusioni possiedono la necessaria esistenza indipendentemente dalla loro stretta o approssimata interpretazione nella natura delle cose.

Nelle scienze fisiche, fondiamo i nostri ragionamenti ugualmente su assunti primi principî, e ugualmente curiamo il rigore logico delle deduzioni; ma, e negli stessi principî e nelle conclusioni dedotte, guardiamo al mondo esterno che ci fornisce per interpretazione corrispondenti principî e conclusioni... ».

« Pertanto, i primi principî che formano il fondamento dei nostri ragionamenti matematici nelle scienze fisiche, non essendo nè assunzioni arbitrarie, nè verità necessarie, ma realmente formando parte della serie delle

(1) L. c., pg. 187.

proposizioni che compongono la scienza, non possono mai cessare di essere più o meno soggetto d'esame e investigazione in qualche punto delle nostre ricerche... Ma nelle scienze astratte della Geometria e dell'Algebra, i principî che ne sono il fondamento sono anche il limite proprio della nostra investigazione, perchè, se in qualche modo quelle scienze sono connesse colle fisiche, la connessione è arbitraria e in un certo senso non affetta la verità delle nostre conclusioni, che concerne solo la connessione coi primi principî e non esige, sebbene permetta, l'aiuto dell'interpretazione fisica ».

Da questo concetto formale della scienza matematica, ognun vede come si passi alla veduta che una medesima teoria astratta può ricevere diverse interpretazioni: la qual veduta (in un senso non meno largo che nell'esempio della geometria astratta) sembra essere stata espressa per la prima volta da Gregory (1) (1840), come pertinente all'algebra della logica. Il Boole (2) (1847) la enuncia nella maniera che segue: « Quelli che sono familiari col presente stato della teoria dell'Algebra simbolica, sanno che la validità dei processi d'analisi non dipende dalla interpretazione dei simboli impiegati, ma soltanto dalle leggi della loro combinazione. Ogni sistema d'inter-

(1) « On the real Nature of Symbolic Algebra ». Trans. of the Royal Society of Edimburgh, t. XIV.

(2) G. Boole: « The Mathematical Analysis of Logic... ». Cambridge, 1847. Introduction, pg. 3.

pretazione che non affetti la verità delle relazioni supposte, è ugualmente ammissibile, e pertanto lo stesso procedimento può, secondo uno schema d'interpretazione, rappresentare la soluzione d'un problema sulle proprietà dei numeri, secondo un altro d'un problema di geometria, e secondo un terzo d'un problema di dinamica o di ottica ».

E, dopo avere insistito sull'importanza che ha per l'Analisi tale principio, Boole rammarica che se ne sia ristretta l'applicazione al caso in cui gli elementi da determinare sieno concepiti come misure (così come accade nel principio di Plücker). In fatto una bella applicazione che lo stesso autore, ed altri logici accanto a lui (1), hanno offerto dell'analisi simbolica consiste nell'istituire un *calcolo logico* degli eventi parallelo al calcolo numerico delle *probabilità*: se $x, y \ldots$ sono gli eventi oggetto di studio e $p_x, p_y \ldots$ sono i numeri che ne designano le probabilità, le operazioni su $p_x, p_y \ldots$ si lasciano interpretare come operazioni logiche su $x, y \ldots$, in modo che alla probabilità degli eventi congiunti,

$$p_x \text{ e } p_x = p_x \, p_y,$$

risponde il *prodotto logico*

$$x \text{ e } y (= x \times y),$$

(1) A. De Morgan (1847), Boole (1854), Peirce (1867). Cfr. P. Medolaghi « La logica matematica e il calcolo delle probabilità ». Bollettino dell'Ass. Attuari, Nov. 1907.

mentre alla probabilità che accada uno dei due eventi,

$$p_x \text{ o } p_y = p_x + p_y,$$

risponde la *somma logica*

$$x \text{ o } y \qquad (= x + y) \text{ (}^1\text{)}.$$

24. Il positivismo e la critica degli assiomi dell'uguaglianza. — La libera concezione della scienza formale che abbiamo veduto espressa dai logici matematici inglesi, risponde esattamente all'uso che i fisici (Maxwell, lord Kelvin...) hanno fatto dei *modelli meccanici*. Come si è accennato, vi ha qui un'influenza generale del positivismo, la quale si dispiega indirettamente, sulla critica dei concetti logici, come segue.

Vi sono teorie fisiche in cui i fenomeni visibili vengono fatti dipendere da quantità assunte a rappresentare alcunchè di nascosto: per chi ne accetti il sostrato metafisico gli assiomi riguardanti tali quantità sono senz'altro evidenti; ma per chi tolga il fondamento ipotetico della teoria, per cercarvi soltanto un contenuto positivo, quegli assiomi appaiono come fatti generali, il sussistere dei quali è *condizione* per l'applicabilità dei concetti rappresentativi ad un certo ordine di fenomeni. Quest'osservazione getta luce sulla natura dell'*evidenza* dei principî logici: per essa,

(1) Vedasi l'analisi della logica simbolica nel § 28.

in particolare, viene oggi in una nuova luce il concetto dell'uguaglianza.

Pare che Ernesto Mach per il primo si sia imbattuto nella nuova critica che qui vogliamo riferire. Che cosa significa l'affermazione « due masse uguali ad una terza, sono uguali fra loro? ».

Un Galileo o un Newton, accoglienti l'ipotesi democritea di una sostanza omogenea che costituisce gli atomi (diversi solo per forma o per volume), non han luogo a porre la domanda: dappoichè la « massa » designa ad essi non altro che « quantità di materia », cioè volume complessivo degli atomi formanti un corpo, e il principio anzidetto, applicato ai volumi, si riduce ad un evidente assioma geometrico. Ma Mach rifiuta l'ipotesi metafisica dell'unità della materia e vuol definire le masse o i « rapporti di masse » mediante effettive esperienze, in cui vengano confrontate a coppie le masse da misurare: in tali condizioni come pretendere *a priori* che i rapporti misurati sieno indipendenti dalla scelta dell'unità, ovvero che « masse uguali ad una terza sieno uguali fra loro? ».

Il filosofo positivista scorge acutamente che non c'è qui una necessità logica (o geometrica) ma soltanto un fatto fisico, il cui verificarsi è condizione di possibilità per il concetto stesso della massa, che si vuol definire. L'osservazione di Mach sull'uguaglianza delle masse risale al 1868 (1); d'altra parte Clerk

(1) Carl's Repertorium, vol. 4°, 1868. Cfr. « Erhaltung der Arbeit », 1872, « Die Mechanik in ihrer Entwickelung », 1ª ed. 1883: Cap. II, V (4ª ed., Lipsia, 1901).

Maxwell ebbe a svolgere, indipendentemente, la stessa critica per le « temperature », a quanto pare fin dal 1871 (¹). Anche qui, se si definisce l'eguaglianza della temperatura positivamente, mercè l'esperienza dell'equilibrio termico, non si può pretendere a priori evidente che « temperature uguali ad una terza sieno uguali fra loro ». Per dirla, in termini kantiani, questo giudizio che sembra semplicemente « analitico », si riconosce, in verità, come giudizio « sintetico ».

Ora la veduta di Mach e di Maxwell apre la via ad una critica approfondita dell'uguaglianza fisica e anche geometrica, quale viene svolta — con alto senso filosofico — da Hermann Helmholtz (²).

Questi concede a Kant che lo spazio possa essere una forma a priori, ma nega che gli assiomi sieno parimente a priori. In particolare rileva il significato fisico-positivo dell'uguaglianza geometrica: grandezze fisicamente equivalenti, dice in risposta a Land (1878), sono quelle in cui, sotto uguali condizioni ed in tempi uguali, possono avvenire uguali processi fisici. Mezzo di determinazione dell'equivalenza è, in fatto, il moto dei corpi rigidi; imperocchè

(¹) « Theory of heat » 9ª ed. Londra 1888. (1ª ed. 1871). Cfr. Mach « Die Principien der Wärmelehre ». Lipsia, 1896, pg. 39.

(²) Cfr. la sua critica dei principii della geometria in « Wissenschaftliche Abhandlungen ». Bd. II, pg. 610-660 (1866, 68, 78). « Zählen und Messen, erkentnisstheoretisch betrachtet » (1887) ibidem Bd. III, pag. 356.

l'equivalenza di due grandezze fisiche assume un significato obiettivo in base alla circostanza che se è riconosciuta mercè un qualsiasi metodo, resulta riconosciuta parimente cogli altri. Onde appare il carattere della *geometria* come *scienza fisica* (1).

Ritornando, in un successivo lavoro, sulla uguaglianza fisica (Physische Gleichheit), il nostro A. rileva che quando, *per astrazione*, vogliamo isolare mentalmente un attributo dei corpi, comparandoli sotto un certo rapporto, e porre così una « uguaglianza », occorre che la relazione fisica considerata soddisfi alla condizione:

da $$a = c \quad \text{e} \quad b = c,$$

si deduce

$$a = b \text{ (2)}.$$

Questo postulato generalissimo, egli avverte, deve esser presupposto in ogni singolo caso, ove si voglia determinare l'uguaglianza con H. Grassmann (3), chiamando « uguale » ciò di cui si può dire lo stesso, o più in generale, ciò che può essere sostituito in ogni giudizio (sottinteso: di data specie).

La precedente analisi viene a riattaccarsi alla critica generale delle proprietà combinatorie delle *rela-*

(1) L. c. Bd. II, pg. 648.

(2) L. c. Bd. III, pg. 375 e seg.

(3) « Die lineale Ausdehnungslehre.... », 1844, 2ª ed. 1878. Cfr. anche R. Grassmann « Die Formenlehre oder Mathematik », 1872.

zioni, istituita da De Morgan [1]. Questi chiama *transitiva* una qualunque relazione che, essendo presupposta sussistere fra a e b e fra b e c, sussiste di conseguenza fra a e c. Le relazioni transitive sono assai più generali di quelle suscettibili di essere riguardate come « uguaglianze »: per esempio la relazione « progenitore di » o « discendente di », e anche la relazione fra grandezze « maggiore di », godono della proprietà transitiva, ma non sono (come le uguaglianze) *convertibili* e *simmetriche*: infatti, se Tizio è progenitore di Caio, Caio è discendente, ma non progenitore di Tizio; e se a è maggiore di b, non si ha b maggiore, bensì minore di a.

Ora, le proprietà simmetrica e transitiva (da cui segue quella che il Vailati [2] designa « proprietà *riflessiva* », implicante $a = a$) caratterizzano le *relazioni d'uguaglianza*: poichè si può ammettere che gli enti, legati da una siffatta relazione, posseggano in comune una certa proprietà, dando luogo ad un concetto, funzione logica di essi, che in tal guisa viene *definito per astrazione*.

L'uso delle definizioni per astrazione risale al V libro dell'Euclide, ove è esposta la teoria delle proporzioni d'Eudosso di Cnido. Ivi infatti il rapporto (λόγος) di due grandezze, non è definito altrimenti che per mezzo della « proporzione » o « ugua-

(1) « On the symbols of Logic », Transactions of the Cambridge philosophical Society, pg. 104 (1856) cfr. X, pg. 345.

(2) Rivista di Matematica, 1891, Cfr. « Scritti », pg. 8.

glianza di rapporti »: il rapporto $a : b$ si dice uguale al rapporto $c : d$, se prese comunque delle grandezze ma, mc, nb, nd, multiple delle date secondo i numeri m ed n, secondochè:

$$ma > nb, \quad ma = nb, \quad ma < nb,$$

rispettivamente anche:

$$mc > nd, \quad mc = nd, \quad mc < nd.$$

In modo affatto simile, partendo dalla relazione — riflessiva, simmetrica e transitiva — di parallelismo di due rette, si può definire per astrazione la « direzione », comune ad un sistema di rette parallele ecc. (¹).

Nei casi sopra citati il linguaggio ordinario esprime la relazione posta fra gli enti a e b, dicendo che, il concetto astratto, funzione logica di a, è uguale all'analoga funzione logica di b; invero si dice:

le rette a e b sono parallele, cioè:

direzione di a = direzione di b.

Ma, in altri casi, il linguaggio stesso consente di riguardare come uguali, addirittura a e b, senza far menzione del concetto astratto, sebbene si adoperino indifferentemente due locuzioni; esempi:

segmento a = segmento b, ovvero

lunghezza del segmento a = lunghezza del segmento b,

(¹) Cfr. p. es. Vailati: « Scritti » pg. 219. Burali-Forti: « Logica Matematica » ed. 1ª (1894), pg. 140.

poligono $a =$ poligono b (in forma o in grandezza), ossia:

forma di $a =$ forma di b,

area di $a =$ area di b.

D'accordo con questa seconda maniera d'espressione si può dare la definizione più generale dell'*uguaglianza di due enti* a e b, *relativa* ad un gruppo di proprietà o ad una classe in cui essi si ritengano contenuti:

gli oggetti *a, b, c*... di una classe (*a* e *b* e c...) si dicono eguali rispetto alla classe stessa in cui trovansi associati.

Vuol dire che essi si assumono come sostituibili riguardo al concetto astratto della classe (*a* o *b* o c...); il quale concetto risulta appunto definito in tal guisa mercè l'associazione degli oggetti anzidetti, ossia mercè l'uguaglianza stabilita fra di essi.

Questo modo d'intendere l'uguaglianza e la definizione per astrazione, che scaturisce dalla critica dei fisici sopra menzionati, si ritrova sostanzialmente nell'analisi del concetto dei numeri cardinali, istituita da Cantor e da Frege (1884), ripresa poi e sviluppata da Russell (1903) e anche da Enriques (1912) [1].

[1] I logici simbolici preferiscono spesso conservare all'uguaglianza il significato assoluto di identità, scrivendo dunque $\varphi(a) = \varphi(b) = \varphi(c)$..., al posto di $a = b = c$... Ma la funzione φ deve essere ricevuta come concetto logico primitivo, definito dall'operazione mentale — inversa della riunione di *a, b, c*,... in una stessa classe — per cui dalla classe si passa ad uno qualunque dei suoi elementi. Altrimenti quella funzione non riesce determinata. A tale circostanza

25. **L'analisi dell'infinito e gli assiomi della diseguaglianza.** — Mentre una critica rigorosa dell'Analisi infinitesimale riusciva a bandire da questa scienza, e quindi apparentemente dalle Matematiche, il concetto dell'infinito e dell'infinitesimo (attuale) riconducendone i teoremi alla semplice considerazione di variabili indefinitamente crescenti o decrescenti, una investigazione più filosofica dei principî dell'Aritmetica giungeva d'altra parte a sciogliere l'enigma dell'infinito, superando le difficoltà e i paradossi che fino dall'antichità avevano arrestato il pensiero su questo cammino. Lo sviluppo delle idee che ha condotto a questo resultato fondamentale vuole essere qui brevemente descritto.

Già Galileo ha avuto ad imbattersi coll'osservazione paradossale che la totalità dei numeri naturali può ritenersi ugualmente numerosa come una sua parte, attesochè si può far corrispondere ad ogni numero naturale il numero pari che ne dà il doppio, ovvero il quadrato ecc. Da questo paradosso Galileo (Opere, VIII, pg. 78) deduce semplicemente che agl'infiniti non convengono gli attributi di « maggiore », « uguale » e « minore ». Cauchy — nelle Lezioni edite da

tengono le difficoltà che alcuni logici simbolici hanno incontrato nelle definizioni per astrazione. Cfr. Peano: « Formulaire de Mathématiques, 1901 (pg. 8); Russell: « The Principles of Mathematics », 1903 (pg. 219); Burali-Forti (Rendic. Acc. Lincei, 1912 e): « Logica-Matematica » 2ª ed. 1919. Enriques-Burali-Forti: « Polemica logico-matematica » in Periodico di Matematiche nn. 4, 5 (1921).

Moigno del 1868 — va più oltre, ammettendo che il paradosso provi l'impossibilità di ritenere come esistenti insieme e costituenti un tutto unico, un'infinità di oggetti; imperocchè a lui sembra che l'assioma « il tutto non può essere uguale ad una sua parte (propria) », non possa esser negato senza contraddizione. Invece una spiegazione in senso affatto opposto fu tentata da Bernardo Bolzano. La figura di questo pensatore e le sue direttive filosofiche meritano qui una menzione particolare.

Bolzano (1), che sollevò ai suoi tempi gran rumore per la sua attività rinnovatrice del cattolicismo, accoglie e fa proprie, in una forma vicina a quella che s'incontra nella Monadologia di Leibniz, le vedute del realismo scolastico. Nella sua Wissenschaftslehre (2) (Bd. 1, pg. 77) egli definisce le « proposizioni in sè » non pensate, nè eventualmente espresse nel discorso, delle quali afferma tuttavia sussistere la verità o la falsità. Ad esempio, per lui, la proposizione « un triangolo equilatero è anche equiangolo » sarebbe da ritenere come « vera in sè », anche se nessuno l'avesse mai pensata o compresa. Le proposizioni in sè denotano,

(1) 1781-1848. Prete austriaco filosofo, professò all'Università di Praga che la teologia cattolica è in completa armonia colla ragione, finchè le sue dottrine furono condannate dalla Chiesa nel 1820.

(2) « Wissenschaftslehre, oder Versuch einer neuen Darstellung der Logik » in 4 volumi, Sulzbach, 1837, (2ª ed., Lipsia, 1914). Per l'influenza dispiegata dal *logicismo* di Bolzano su pensatori più recenti, vedasi Th. Ziehen « Lehrbuch der Logik », Bonn, 1920, (pg. 173 e segg.).

per Bolzano, una « Aussage » che forma oggetto del pensiero o del discorso, ma che « ist überhaupt nichts Existierendes »; tuttavia questa affermazione è da interpretare ricordando la distinzione metafisica fra « ente » e « (sensibilmente) esistente »; non è dubbio che Bolzano sovrapponga al mondo della realtà fenomenica un mondo d'idee platoniche.

I « Paradoxien des Unendlichen », opera iniziata dall'A. nel 1847 e pubblicata soltanto dopo la sua morte (1), espongono il risultato delle lunghe meditazioni di Bolzano intorno al problema dell'infinito; e vi si scorge bene l'influenza delle idee logiche sopra accennate. L'A. fa proprio il pensiero di Leibniz (2) « Je suis tellement pour l'infini actuel, qu'au lieu d'admettre que la nature l'abhorre, comme l'on dit vulgairement, je tiens qu'elle l'affecte partout, pour mieux marquer les perfections de son Auteur ». E pare che questa veduta s'imponga necessariamente a chi (secondo lo spirito del realismo) cerchi di definire i concetti in un ordine di generalità decrescente: poichè il concetto della classe o dell'insieme o del numero finito, si presenta allora come specificazione di un summum genus che comprende altresì l'insieme o il numero infinito.

Il presupposto filosofico di Bolzano lo induce dunque a rimuovere, per quanto è possibile, le contraddizioni dell'infinito, sebbene ei debba confessare di non esser

(1) Lipsia, 1851.
(2) Ed. Dutens, t. II, pg. 243.

riuscito completamente a « chiarire come apparenza, l'apparenza di (questa) contraddizione » (op. c. § 1). La conclusione raggiunta dall'A. — pure attraverso qualche oscurità — sembra esser questa. Esistono delle classi di enti per cui si può definire l'uguaglianza e la somma in guisa che la somma $a + b$ non sia mai uguale ad a, e questi cadono sotto il concetto del finito (§ 6).

D'altra parte esistono (contro il parere di Cauchy § 12) anche delle serie e classi infinite: il dubbio circa l'oggettività (Gegenständlichkeit) dell'infinito si rimuove osservando che « l'insieme delle proposizioni o delle verità in sè » è appunto infinito, perchè se *A* è una proposizione, anche « *A* è vero » costituisce una nuova proposizione, e così « è vero che *A* è vero » ecc. (§ 13). L'A. combatte quindi l'opinione di coloro per cui un insieme non può ritenersi dato se non vi sia qualcuno che lo pensa (« forse che ai poli della terra non si troverebbero corpi: aria, acqua, pietre ecc. anche se non ci fossero uomini nè altre nature pensanti? »), ed anche l'opinione di quelli che assumono la « possibilità di esser pensato » come fondamento della sua esistenza possibile: per lui, all'opposto, ciò che è possibile deve potersi pensare (§ 14). Al lume di questi criteri, Bolzano esaminerà la questione dell'infinito, e — dopo aver rilevato, in varie guise, la proprietà meravigliosa di un insieme infinito, di potersi porre in corrispondenza biunivoca con una sua parte (§ 20) — spiegherà il paradosso, dicendo che esso tiene alla differenza fra il concetto del finito e quello dell'infinito (§ 22).

Meno felice è il tentativo di istituire un calcolo sugli infiniti (§ 28): qui l'A. cade nell'errore di ritenere come infiniti di grado o potenza diversi, quelli che Cantor, dopo di lui, ha riconosciuto essere della stessa potenza; e nondimeno la sua ricerca apre la via a quella di Cantor.

Giorgio Cantor, camminando sulla via aperta da Bolzano, muove appunto dall'idea che le proprietà paradossali dell'infinito non dipendano affatto da una contraddizione intrinseca, ma soltanto dalla differenza fra infinito e finito; e così — scrutando senza prevenzioni le proprietà delle corrispondenze che si possono porre fra insiemi infiniti — giunge ad altre proprietà meravigliose, e nondimeno coerenti, in guisa che ogni apparenza di contraddizione, per dirla con Bolzano, è ormai veramente chiarita come apparenza. Il resultato, conseguito fra il 1878 e il 1883 [1], segna una data nella storia del pensiero umano e — come già l'analisi dell'infinito nel mondo antico — è un avvenimento che tocca da vicino gl'interessi della logica.

Questo avvenimento supera, del resto, la circostanza che il progresso sia stato raggiunto attraverso una veduta filosofica realistica, così come la sistemazione critica del calcolo infinitesimale si è raggiunta, all'opposto, traverso la mentalità nominalistica di Cauchy. Realismo e nominalismo, ovvero idealismo e empirismo — secondo la designazione, in gran parte, equivalente

[1] Cfr. in ispecie: « Journal von Crelle » t. 84, « Acta Mathematica » t. 2, e « Mathematische Annalen », Bd. 46, 49 (1895-97).

del Du Bois-Reymond — sono due atteggiamenti spirituali che appaiono nella storia legati più specialmente alle origini di talune dottrine matematiche, ma che possono accogliersi, tuttavia, l'una e l'altra, come interpretazioni diverse delle dottrine formate: così come si vede nel dialogo dell'idealista e dell'empirista di Paul Du Bois-Reymond (1). Pertanto si avrebbe un'idea troppo unilaterale e ristretta della teoria degli insiemi di Cantor, ritenendo che essa sia necessariamente connessa alla supposizione realistica dei suoi autori: al contrario ciascuno può oggi riceverla come un allargamento delle possibilità del pensiero.

Cerchiamo di spiegare le linee generali della nominata teoria riferendoci all'esposizione indipendente che ne abbiamo dato nell'articolo su « I numeri reali » contenuto nel I volume delle « Questioni riguardanti le Matematiche elementari » (2).

Giova prender le mosse dal concetto del numero. I numeri naturali 1, 2, 3,... hanno una doppia significazione, come numeri *cardinali* e come *ordinali*, secondochè designano « il numero degli oggetti di una classe » o « il numero d'ordine di un oggetto in una serie »; ma le due specie di numeri si corrispondono, in quanto possiamo disporre le classi in un ordine di successione, prendendo prima la classe che contiene un solo elemento, poi quella che ne contiene due e così di seguito.

(1) « Die allgemeine Functionentheorie ». Tubinga, 1882.
(2) Bologna, 1912.

Fissiamo l'attenzione sui numeri cardinali: gli assiomi relativi ci appaiono in un duplice aspetto, come leggi di associazione del pensiero o come traducenti le proprietà elementari delle classi d'oggetti; la questione se essi sieno a *priori* o a *posteriori* nasce appunto qui, e potrà essere risolta nell'uno o nell'altro modo, a seconda che si guardi all'aspetto subiettivo o obiettivo di quei principî, che in realtà danno luogo ad un accordo, fondamento dell'applicazione della logica. Così, per esempio, gli assiomi dell'eguaglianza fra numeri, considerati obiettivamente, rispecchiano talune esperienze elementari sui gruppi di oggetti, ove si facciano corrispondere due gruppi elemento per elemento, associandoli a coppie. Nello stesso ordine d'idee si riconosce il significato di quell'assioma della diseguaglianza che si enuncia dicendo « il tutto maggiore della parte »: non è possibile stabilire una corrispondenza biunivoca fra un gruppo o classe di oggetti ed una sua parte (propria). Ma questa proprietà suppone che la classe di cui si tratta sia *finita*; essa non sussiste più per le *classi infinite*: così appunto la classe formata di tutti i numeri naturali (1, 2, 3....) può porsi in corrispondenza biunivoca colla classe dei numeri pari (2, 4, 6....) o dei quadrati (1, 4, 9....), che pure è contenuta in essa. Questa circostanza, che viene tradotta dai classici paradossi dell'infinito, deve forse interpretarsi nel senso che il concetto dell'infinito sia intrinsecamente contradditorio? La conseguenza è immancabile per chi riguardi l'assioma che « il tutto è maggiore della parte » come un giudizio logico, pura-

mente analitico. Non così per chi ne abbia scorto il significato sintetico, come proprietà delle classi a cui si riferisce. È questa appunto l'interpretazione di Bolzano, accolta da Cantor, che perciò riconosce la esistenza logica di *numeri cardinali infiniti* pensabili senza contraddizione; quali si presentano come « potenze di classi o d'insiemi matematicamente dati », dappoichè colla finitezza non cessa la possibilità del confronto mediante corrispondenze biunivoche, sebbene cadano naturalmente le speciali proprietà del « finito ». Invero, se si ritengono ancora come « equivalenti » due classi (infinite) che possono porsi comunque in corrispondenza biunivoca, e quindi si chiamano « uguali » i relativi numeri (potenze), si deve dire che una classe infinita è equivalente ad una sua parte, e però che al tutto e alla parte rispondono numeri uguali!

Ciò non vieta tuttavia che s'incontrino infiniti essenzialmente diversi, di cui l'uno possa dirsi — in senso proprio — maggiore dell'altro: come accade p. es. della potenza del continuo (numero dei punti d'un segmento) e di quella della classe numerabile (1, 2, 3,...), poichè Cantor dimostra che il continuo non è numerabile, cioè non può equivalere ad una sua parte che venga fatta corrispondere alla serie dei numeri naturali; mentre la classe dei punti d'un segmento e quella d'un quadrato (nonostante l'apparenza di superiore estensione per quest'ultima) si lasciano riferire biunivocamente e però hanno ugual potenza.

Qui non si arresta la costruzione di Cantor. Egli ha

esaminato, accanto all'estensione dei numeri cardinali, anche l'estensione dei numeri ordinali, approfondendo il carattere dell'*ordine* della serie naturale 1, 2, 3.... e definendo quindi i *transfiniti ordinali* in rapporto a serie *ben ordinate*

$$1, 2, 3.... \omega, \quad \omega + 1....$$

soddisfacenti al requisito che per ogni parte esista un primo elemento: donde scaturisce in particolare il significato sintetico del *principio d'induzione matematica*, che esclude appunto le serie ben ordinate contenenti elementi transfiniti, e caratterizza perciò la *minima* serie infinita.

Ma non vi è luogo ad indugiarsi sugli sviluppi di questa bella teoria. Basta aver rilevato come l'analisi cantoriana dell'infinito abbia messo in luce il significato relativo dell'assioma fondamentale della diseguaglianza, che — nonostante l'evidenza di cui è rivestito — ci appare oggi, non come giudizio logico, sì come proprietà caratteristica del concetto del « finito » in contrapposto a quello dell'« infinito ».

Aggiungeremo soltanto un'osservazione che si riferisce ai limiti della teoria degli insiemi. Se, salendo nella scala degli infiniti, si cerca di realizzare per così dire i massimi, sia ordinali che cardinali, s'incontrano nuove e, a quanto pare, insuperabili contraddizioni. Così accade se si vuol considerare la serie di tutti i trasfiniti possibili, poichè questa — una volta presa come un tutto — può farsi corrispondere ad un ultimo trasfinito Ω, e, posto Ω, si può quindi introdurre nella

serie un successivo elemento $\Omega + 1$ (paradosso di Burali-Forti). Similmente riesce contraddittorio il concetto della « totalità delle classi che non posseggono sè stesso come elemento », poichè si può mostrare che codesta totalità — ritenuta come una classe — contiene e non contiene sè medesima fra i suoi elementi (paradosso di Russell). Queste antinomie della teoria degli insiemi hanno dato luogo a diverse interpretazioni, riaccendendo ai dì nostri la controversia realistico-nominalistica disegnata da Du Bois-Reymond. Per noi esse attestano l'illegittimità delle supposizioni suggerite in questo campo della veduta realistica, e si risolvono richiamando la visione fondamentale che si tratta qui, sempre e soltanto, di costruzioni mentali [1].

26. La forma logica dei postulati nella recente critica dei principî della geometria. — Non basta riconoscere che l'evidenza dei principî nasconde dei presupposti di carattere sintetico ed obiettivo. La critica deve fare un nuovo passo, forse più difficile, apprendendo a dare *forma logica* ai po-

(1) Vedasi B. Russell « On some difficulties... ». Proc. of the London math. Soc. 1906, « Les paradoxes de la logique ». Revue de Mét., 1906 (cfr. ibidem, 1910, 1911).

H. Poincarè « Science et méthode » (Cap. IV, V).

L. Brunschvicg « Les étapes de la philosophie mathématique », Parigi, 1912 (Cap. XVII).

F. Enriques « Sur quelques difficultés soulevées par l'infini mathématique ». Atti del Congresso di filosofia matematica di Parigi, 1914, pubblicati dalla Revue de Métaphysique.

stulati assunti a base di una teoria deduttiva; e il pieno valore di quest'esigenza, meglio che nell'Aritmetica, si manifesta nella Geometria. È tanto più importante soffermarsi a darne una spiegazione, che vi sono ancora — specie fra gli anziani — matematici cospicui che non ne hanno compreso il significato.

Pongasi che un geometra, tenendo conto delle investigazioni di Riemann e Helmholtz, o anche di quelle di Klein in rapporto colla geometria proiettiva [1], si appresti a porre con tutto rigore i fondamenti della propria scienza: ciò che esige un concetto preciso dell'ordinamento di una teoria deduttiva. Quali criteri sarà indotto ad assumere?

A questo punto la storia non è costretta ad indovinare. La maniera, diremo così, più naturale d'intendere il frutto di quelle investigazioni ci è offerta dall'opera di alcuni critici francesi, come Duhamel [2] e Hoüel [3], che sono rappresentativi del modo di pensare appartenente, in genere, ai maestri della nostra generazione.

Duhamel accetta il criterio cartesiano dell'evidenza come il solo carattere per mezzo di cui si assicura la verità o la falsità d'un ragionamento; riconosce che il sentimento dell'evidenza non è infallibile, ma ammette

(1) Ampî riferimenti su tali soggetti trovansi nell'art. III, A, 1, di F. Enriques: « Principien der Geometrie » nella Encyclopädie der math. Wissenschaften (1907) (trad. francese 1911).

(2) « Des méthodes dans les sciences de raisonnement » 2ª ed., 1875.

(3) « Essai critique sur les principes fondamentaux de la géométrie », 1867.

che vi sono verità evidenti per tutti gli spiriti, le quali debbono formare il punto di partenza dello sviluppo scientifico: i metodi deduttivi servono a scoprire altre verità dipendenti da quelle, che verranno a partecipare dello stesso sentimento d'evidenza (op. cit. pg. 15 e seg.).

« La definizione d'una cosa è l'espressione dei suoi rapporti con altre cose note ». Da questo concetto relativo della definizione segue necessariamente che vi sono cose *non definite*, che si ammettono per sentimento d'evidenza (pg. 16-17). Ciò posto, una scienza di ragionamento sarà l'insieme delle conseguenze necessarie dei dati ammessi sopra una cosa; però occorre che la cosa sia ben nota, o per definizione (riconducendola ad altre più note) ovvero per l'ammissione di alcune proprietà evidenti che bastino all'esatta determinazione della cosa e quindi di tutte le sue leggi (pg. 29).

Duhamel riconosce qui che un sistema di principî (assiomi o postulati) tien luogo di definizione dei concetti primitivi non definiti di una teoria deduttiva; ma le critiche acute ch'ei svolge, a proposito di Legendre e d'Euclide nella seconda parte della sua opera (Science de l'étendue), non lasciano tuttavia sospettare ch'ei ponesse mente all'esigenza di una forma logica nell'enunciato dei principî: prodotto di un'evidenza intuitiva o di una visione immaginativa, quei principî restano sostanzialmente per lui un appello ad un'esperienza immaginata, che in essi si descrive.

Questo concetto si scorge bene nei principî su cui Hoüel propone di edificare la geometria, giacchè dopo aver definito la *figura* « un insieme di punti, di linee e di superficie, considerato come invariabile di forma », egli enuncia quattro proposizioni fondamentali desunte dall'esperienza, come segue:

1) *Tre* punti bastano in generale a stabilire, nello spazio, la posizione d'una figura.

2) Esiste una linea (la *retta*) la cui posizione nello spazio è individuata da *due* qualunque dei suoi punti, ed è tale che ogni porzione di essa può applicarsi esattamente sopra un'altra porzione qualsivoglia, purchè queste due porzioni abbiano due punti comuni.

3) Esiste una superficie (il *piano*) tale che una retta passante per due suoi punti qualsivogliano vi giace per intero, e che una porzione qualunque di essa superficie può essere applicata esattamente sulla superficie medesima, sia direttamente, sia dopo essere stata rovesciata.

4) Per un punto dato non si può condurre che una sola retta parallela ad una retta data.

E questo modo di fondare la geometria sembrava pure degno di nota a Betti e Brioschi che riportano i detti principî nella loro edizione degli Elementi d'Euclide!

Qui il lettore non esperto necessariamente si ferma: è chiaro, i postulati di Hoüel enunciano fatti o proprietà degli enti che si studiano, nella forma di un appello all'intuizione o ad un'esperienza im-

maginata; ma non è questo il carattere proprio ch' essi debbono possedere come giudizî sintetici? o quale altra forma potrebbero rivestire?

Per comprenderlo bisogna richiamare il concetto della geometria astratta. Se sono dati dei concetti primitivi $A, B, C, \ldots$, un postulato pone fra di essi una certa relazione:

$$\varphi(A, B, C, \ldots):$$

proviamo a tradurla, chiedendoci se sia vera o falsa per altre interpretazioni di $A, B, C, \ldots$ In generale *la traduzione non ha senso se la detta relazione fa appello direttamente al significato intuitivo di* A, B, C,... Come tradurremo, per esempio, i principî di Hoüel prescindendo dal significato specifico del « movimento » come operazione fisica sulle figure?

La *forma logica* che si vuol dare ai postulati è precisamente quella di *relazioni aventi un significato indipendente dal particolare contenuto dei concetti*, cioè di relazioni affatto generali che possono sussistere fra « enti astratti ».

Il primo lavoro in cui i principî della geometria (sebbene riguardati come aventi un contenuto empirico) rivestono la forma di relazioni puramente logiche fra i concetti primitivi non definiti, è Moritz Pasch « Vorlesungen über neuere Geometrie » (Lipsia, 1882).

In questo lavoro si scorge anche, per la prima volta, piena consapevolezza delle esigenze a cui deve soddisfare la forma logica d'una teoria deduttiva.

Tale affermazione conserva pure il suo valore di fronte a chi ritenesse che — senza giungere ai Grundlagen di Frege del 1884 — soddisfino già al requisito logico le sistemazioni critiche dei fondamenti dell'aritmetica di H. Grassmann (1844) e di S. Peirce (1878). Giacchè, gli assiomi dell'aritmetica apparendo già di per sè stessi come relazioni logiche, l'esempio di questa dottrina non può aver qui il valore decisivo che possiede la critica di Pasch: e ciò che abbiam detto di Duhamel e di Hoüel vale ad illustrare la nostra veduta.

Può darsi, tutt'al più, che la teoria aritmetica dei nominati Grassmann e Peirce — ripresa ed espressa in simboli da Peano nel 1889 — abbia aiutato Peano a comprendere il significato dell'importante innovazione di Pasch, che effettivamente sembra essere sfuggito ai geometri posteriori fino al detto anno 1889; se pure, all'opposto, l'influenza del trattatello geometrico di questi non si è fatta sentire sugli Arithmetices Principia (1).

Comunque, Giuseppe Peano — che proprio l'anno innanzi aveva ripreso ed approfondito lo studio del calcolo logico — nel 1889 traduce i detti principî di Pasch (con alcune modificazioni) nei simboli della logica matematica (2). Ma, appunto per la forma sim-

(1) Infatti la teoria dei numeri (ordinali) introduce qui tre concetti primitivi indefiniti in aggiunta a quelli significanti i rapporti logici, e dà luogo per questo riguardo a più d'una critica.

(2) « I principî di Geometria logicamente esposti ». Torino, Bocca, 1889.

bolica di lettura meno gradita, anche l'influenza dell'opera di Peano non potè farsi sentire subito, diffondendosi solo, a grado a grado, più tardi.

Per quanto ci è dato di giudicare, ricordando, il senso della forma logica dovette essere riguadagnato, come una *conquista personale,* forse da ognuno dei critici matematici appartenenti alla stessa generazione; sebbene non si possa escludere, in maniera assoluta, un'influenza generica, più o meno diretta, dei predecessori.

Si riconosce distintamente l'acquisto di codesto « senso logico », pur attraverso alcune oscurità di pensiero, nell'opera di Giuseppe Veronese « Fondamenti di geometria » (Padova, 1891), e poi nelle ricerche sui fondamenti della Geometria proiettiva di Federigo Enriques [1] (1894). Alcune note di Giovanni Vailati [2] e di Mario Pieri [3], riattaccantisi a codeste ricerche e facenti uso dei simboli di Peano, valsero a mostrare che — attraverso modi d'esposizione diversi — l'esigenza della forma logica veniva concepita sostanzialmente nella medesima maniera. E lo stesso si può dire anche a proposito delle note critiche di Alessandro Padoa sull'opera del Veronese.

Ma, sebbene queste idee si andassero propagando (come diremo) in Italia, si deve ritenere che ancora abbia avuto a riguadagnarle per proprio conto

(1) Rendic. Istituto lombardo, 1894.

(2) Rivista di Matematiche, 1895.

(3) Atti dell'Accademia di Torino, 3°, pag. 607 (1895).

David Hilbert, la cui opera sui principî della geometria (ove sono risolti problemi di superiore interesse matematico) s'inizia nel 1899 coi « Grundlagen der Geometrie » (¹); e soprattutto si ha una prova della poca diffusione che avevano a quell'epoca i criteri logici ivi adottati, nell'accoglienza dei matematici: basti rilevare che appunto la forma logica dei principî hilbertiani ha suscitato l'ammirazione, e quasi la meraviglia, di Henri Poincarè.

Da questo punto il senso della « relazione logica », e la corrispondente richiesta nell'enunciato dei principî, sembra acquisito alla coscienza del pubblico matematico. Sebbene non accada spesso di apprenderne esplicitamente la formola, i numerosi esempi, le critiche, le polemiche, sono valse ad orientare gli spiriti di una nuova generazione. A quest'opera di divulgazione hanno contribuito da varie parti:

gli scritti degli scolari di Peano (Vailati, Vacca, Padoa, Pieri...) e in particolare il Formulario Matematico in 5 edizioni (1894-1906), opera collettiva della scuola;

le ricerche dei discepoli di Hilbert, tedeschi ed americani, alcune delle quali (per es. quelle di Max Dehn) toccano problemi di alta importanza matematica;

e la raccolta delle « Questioni riguardanti la geometria elementare », trattate da numerosi colla-

(¹) 3ª ed. Lipsia, 1909.

boratori ed ordinate da Enriques; la quale fu pubblicata nel 1900 e poi tradotta con ampliamenti in tedesco 1907-10, allargata quindi nella seconda edizione italiana (vol. I, 1912) col nuovo titolo di « Questioni riguardanti le matematiche elementari »;

infine anche i trattati scolastici di matematiche elementari pubblicati in Italia e in America (p. es. da Halsted) coll'intendimento di portare la nuova mentalità logica nell'insegnamento: sia pure in quelle forme e in quella misura che si confacciano ai criterî didattici.

27. **Esemplificazioni dell'analisi logica di Pasch.** — Il lettore meno esperto ci sarà grato che c'indugiamo a spiegare in breve su qualche esempio (e trascorrendo sulle minuzie o sulle cose non essenziali per il nostro scopo) il valore di quella forma logica dei principî, che sopra abbiamo definito in astratto.

Si tratti di esaminare i postulati della geometria piana, che Pasch basa sui concetti primitivi di « punto » « segmento rettilineo » (donde retta) e « superficie piana » (donde piano illimitato). Per semplicità di discorso noi assumeremo addirittura i concetti di « retta » e di « piano », supponendo poi che per i punti della retta venga dato (ancora come primitivo) quel concetto di « ordine naturale » da cui si ricava la definizione del « segmento », quale insieme dei punti intermedi fra due dati. Fra i postulati della geometria piana non si avrà difficoltà ad ammettere evidenti: 1) « due punti arbitrari del piano sono con-

giunti da una retta determinata, che giace interamente nel piano »; 2) « una retta tracciata in un piano, lo divide in due parti ».

Analizziamo questi enunciati.

Nel primo troviamo, accanto alle idee primitive non definite di « punto », « retta » e « piano », anche altre idee significate dalle parole « due » « arbitrarî » « del » « congiunti » « determinata » « giace » ecc. Alcune di queste parole sembrano attinenti all'accidentalità della forma grammaticale data alla frase, o possono ritenersi superflue: così p. es. « arbitrarî » « interamente » non sono che termini esplicativi che possono sopprimersi, ove si dica, ad esempio: *ipotesi*) *A*, *B* sieno punti del piano, *tesi*) esiste una determinata retta congiungente *A* e *B*, che giace nel piano.

Altre parole della frase sopra menzionata, come « due », s'intendono subito dotate di un significato logico; altre si lasciano interpretare facilmente come esprimenti relazioni logiche, a condizione che si preponga:

la retta è una classe di punti,
il piano è una classe di punti.

Allora l'espressione « punto *del* piano » o « *nel* piano », designa che si vuol trattare di un punto costituente uno degli elementi della classe « piano ».

Ma al lume di codeste presupposizioni (cioè dei postulati preposti al nostro 1)) anche le parole « congiungere » « giacere » ecc. si possono spogliare di ogni particolare contenuto intuitivo, ritenendole a designare soltanto la relazione logica di contenenza dei

punti nella classe « retta », e della retta nella classe più comprensiva «piano ». In breve il postulato 1) viene ad apparirci una pura relazione logica fra i concetti di « punto », « retta » e « piano », dove la retta e il piano sieno pensati come « classi di punti ». La parola « classe » designando un qualsiasi gruppo di oggetti, vediamo ora, non più i punti, le rette e il piano della geometria intuitiva, bensì degli oggetti qualsiansi, cui si dà il nome di «punti» e delle particolari classi di questi, designate come « rette » e « piani ». A cagione dell'arbitrarietà di tali classi ci converrà postulare che esse contengono veramente, come la retta e il piano intuitivo, quantisivogliano elementi e poi anche che il piano contiene « punti » non appartenenti ad una retta. Con questo necessario complemento, il postulato 1) c'informerà che due « punti » contenuti in una classe « piano » sono anche contenuti in una classe « retta » e precisamente in una sola; inoltre che gli elementi « punti » di questa retta sono anche elementi del piano: l'aggiunta che « il piano contiene punti fuori di una sua retta » varrà a significare che la classe « piano » non s'identifica colla « retta », ma è più comprensiva.

In sostanza l'analisi un po' minuziosa che abbiam fatto del post. 1) potrà apparire una mera pedanteria, giacchè, infine, viene messo in luce che — a parte la forma grammaticale, e con qualche sottinteso ovvio — quel postulato esprimeva già una relazione logica fra i nostri concetti primitivi.

Ma prendiamo in esame il postulato 2). Che cosa

vuol dire che « la retta divide il piano in due parti »? Il significato della cosa è chiaro per chi si riferisca all'intuizione del piano del disegno: vuol dire che, tracciando in qualunque modo una linea fra due punti A e B di parti opposte, sia p. es. il segmento rettilineo AB, questa dovrà attraversare la retta di divisione, cioè incontrarla almeno in un punto. Ora questo significato si lega strettamente all'intuizione cui abbiamo fatto appello; se diamo un senso astratto alla parola « parte », avremmo una proposizione del seguente tipo: in rapporto ad una retta del piano viene fissato un criterio di distribuzione dei punti del piano in due classi (le due parti) [1]. Che cosa implica questo criterio? Forse un nuovo concetto (di origine intuitiva o sperimentale) che debba aggiungersi ai concetti primitivi di « punto » « segmento » « piano »? Ovvero un concetto che si lascia *definire* per mezzo di questi?

In fatto le due parti in cui il piano è diviso da una sua retta si possono definire così: diciamo che due punti A e B del piano, non appartenenti ad una sua retta r, sono *da una medesima parte* di r, se il segmento AB non ha punti comuni colla retta, ed invece che A e B sono *da parti opposte* di r se il segmento AB ha un punto comune con r. Questa

[1] Per dare un'idea della possibile arbitrarietà di un tale criterio, notiamo che: si otterranno due parti del piano rispetto ad una retta r, distinguendo i punti che distano da r più o meno di una certa lunghezza, o anche (ciò che dà una divisione meno intuitiva!) distinguendo i punti le cui distanze da r sono commensurabili o meno ad una data unità ecc.

definizione (si noti) include soltanto i concetti primitivi anzidetti e le loro relazioni logiche come classi subordinate; essa permette di definire due parti del piano in relazione alla retta *r e ad un punto A* arbitrariamente scelto fuori di *r*. Sarà lecito affermare che tale divisione sia indipendente dalla scelta del punto *A*?

Qui si manifesta il vero significato del postulato 2) che afferma precisamente tale indipendenza: la quale viene enunciata in forma esplicita da Pasch. Se « due punti *B* e *C* (fuori di *r*) che trovansi da parti opposte di *r* rispetto ad *A*, debbono trovarsi reciprocamente da una medesima parte », e se « un punto *C*, che sia da parte opposta di *r* rispetto ad *A*, deve trovarsi da parte opposta anche rispetto a *B*, quando *B* sia dalla stessa parte di *A* », bisogna che sussista il *postulato di Pasch*: se una retta *r*, non contenente alcuno dei punti *A*, *B* e *C*, e giacente nel loro piano, ha comune un punto con uno dei tre segmenti *AB*, *BC*, *CA*, cioè traversa uno di questi segmenti, essa traversa di conseguenza anche un altro dei detti segmenti, ma non il terzo.

Nel consueto linguaggio geometrico diremo:

una retta giacente nel piano d'un triangolo e non passante per alcun vertice, la quale traversi uno dei lati del triangolo, traversa ancora uno ed uno solo degli altri due lati.

Ecco dunque spiegato il senso proprio della divisione in parti del piano per mezzo di una sua retta, che nella forma del postulato 2) era appena adombrato e

sottinteso. Ed è chiaro che questo senso si può trasportare in una qualsiasi interpretazione astratta dei nostri concetti primitivi, potendosi trovare interpretazioni (di « punto » « segmento » « retta » « piano ») per cui esso risulti vero o falso, ma non tali che la divisione della classe « piano » per mezzo della classe subordinata « retta » e in rapporto ad un elemento « punto » divenga *priva di significato*: finchè almeno si conservino quei postulati di appartenenza per cui « due punti determinano un segmento » ecc.

Anche i principî dell'uguaglianza o sovrapponibilità delle figure per movimento (congruenza), che già vedemmo enunciati da Hoüel, dovranno essere sottoposti ad un'analisi logica somigliante. La quale metterà in luce che il concetto del « movimento » implica l'idea di una particolare « corrispondenza » o « trasformazione » dello spazio, cioè della classe dei punti, quest'idea (suscettibile delle più varie interpretazioni) apparendo puramente logica. Si dovrà dunque enunciare i detti principî, sia postulando le proprietà della relazione così posta fra le figure congruenti (presa essa stessa come primitiva), sia assumendo come primitivo il concetto della trasformazione « movimento » e postulando le proprietà del sistema di trasformazioni. Ad esempio il carattere transitivo della congruenza si traduce qui nella proprietà del sistema dei movimenti di formare un *gruppo di trasformazioni* (Sophus Lie): s'intende con ciò che la trasformazione ottenuta eseguendo successivamente due movimenti (o — come

si dice — facendone il *prodotto*) è ancora un movimento, cioè appartiene al sistema ([1]).

28. **Operazioni logiche: analisi simbolica e analisi psicologica.** — Gli sviluppi accennati innanzi conducono naturalmente alla critica dei « rapporti logici ». Una definizione di tali rapporti si può dire già virtualmente contenuta nell'analisi classica della proposizione, ove si distingue un « soggetto » e un « predicato » legati da una « copula ». Ma le sottili disquisizioni del linguaggio scolastico, e meglio ancora le convenzioni paradossali che di tratto in tratto s'introducono nell'espressione delle teorie matematiche, indicano l'insufficienza e l'imprecisione del linguaggio ordinario, agli scopi di una compiuta analisi del pensiero. Nasce quindi l'idea di rimpiazzare l'analisi verbale con un'analisi simbolica, foggiando all'uopo un nuovo linguaggio, sul tipo dell'algebra.

Già nel § 15 abbiamo accennato come quest'idea si presenti nella *Characteristica universalis* di Leibniz e quali ne sieno i precedenti storici; ed ancora nel § 19 abbiamo indicato gli sviluppi che essa riceve nella scuola leibniziana (Lambert, Segner...). Ma, affatto indipendentemente, la stessa idea ricompare nei logici matematici Inglesi del secolo decimonono: Boole, De Morgan, Peirce...; ed infine a questi

([1]) Uno sviluppo elementare di queste idee trovasi nelle « Conferenze di geometria non-euclidea » di F. Enriques per cura di O. Fernandez (Bologna, 1917). Cfr. pure l'art. 4 di A. Guarducci nelle citate « Questioni ».

sviluppi si collegano — traverso Schröder [1] — i progressi più recenti, che — in una maniera interessante — riprendono contatto con Leibniz.

Non è nostro proposito di tessere qui una storia particolareggiata della logica simbolica, ma soltanto di darne un cenno sommario, indicando in qual senso essa riesca a spiegare il significato proprio dei rapporti logici e confrontando tale risposta coll'esame diretto dei procedimenti del pensiero. Frattanto il lettore è avvertito che la lettura di questo paragrafo non è strettamente necessaria all'intelligenza di quelli che seguono.

(1) Diamo qui brevi indicazioni bibliografiche.

A. De Morgan « Formal Logic or the Calculus of Inference necessary and probable », 1847.

Articolo « Logic » nell'Enciclopedia britannica, 1860.

Cambridge Phil. Transactions vol. VII, VIII, IX, X: cfr. in particolare nell'ultimo volume « On the Syllogism and on the Logic of Relations », 1860.

G. Boole « The mathematical Analysis of Logic », 1847.

« An investigation of the Laws of Thought », 1854.

W. S. Jevons « Pure Logic.... », 1864.

« On the Mechanical Performance of Logical Inference », Phil. Trans. 1870.

« The principles of Science, a Treatise.... », 2ª ed., 1877.

S. Peirce « Three Papers of Logic », Proc. of the American Academy of Sciences, 1866-70: cfr. in ispecie il terzo « Notations for the Logic of Relatives.... »

H. Mac Coll « The calculus of equivalents Statements », 1878.

J. Wenn « Symbolic Logic », 1881, 2ª ed., 1894 (con ampie notizie storico-bibliografiche).

E. Schröder « Operationskreis des Logikkalkulus », 1877.

« Vorlesungen über die Algebra der Logik », 1890, 1891, 1895.

La circostanza notevole che la costruzione di un linguaggio simbolico s'incontri due volte, in pensatori non informati di ciò che nello stesso senso era stato tentato prima di loro, induce naturalmente ad un confronto fra le due scuole. Per quel che si riferisce ai simboli da queste foggiati, si può scorgere una sostanziale somiglianza ([1]); però il concetto stesso dell'analisi simbolica dà luogo ad una profonda differenza filosofica, cui già innanzi si è incidentalmente accennato (§ 19), ma che qui vogliamo mettere in più chiara luce. Tale differenza si può spiegare adoperando — nel più largo senso — i nomi dei due partiti in lotta della scolastica medioevale: *realismo* e *nominalismo*.

Il presupposto realistico, che la logica risponda ad una classificazione naturale degli enti, è espresso in Leibniz, come già abbiamo veduto (§ 15), sebbene la classificazione non arrivi — nel suo pensiero — a determinare l'esistente, ma soltanto il possibile. Codesto presupposto esprime d'altra parte i caratteri d'una mentalità che non può mancare di rivelarsi come movimento *deduttivo* del pensiero, dal generale al particolare, e quindi in una certa preferenza a riguardare i concetti *intensivamente*, cioè per la loro *comprensione*, come insieme di *note* o di *proprietà*, anzichè per l'*estensione*, cioè come insiemi di oggetti.

La nominata tendenza non ha, tuttavia, un'attua-

([1]) Cfr. Venn, op. c., Ch. XX.

zione univoca: la notazione simbolica di Leibniz e dei suoi seguaci presenta infatti qualche oscillazione. Per esempio Leibniz definisce estensivamente l'uguaglianza fra concetti: così

$$a = b$$

esprime, per lui, che le due classi significate da a e b — comunque i due concetti vengano definiti mediante proprietà diverse — comprendono i medesimi oggetti. Ma, passando a introdurre la somma logica $a + b$, egli interpreta la notazione intensivamente:

$a + b$ è il concetto, più complesso, cui spettano insieme le proprietà o note di a e b [1]; (non la classe formata dagli oggetti a e b, come porta l'interpretazione estensiva).

In ogni caso però, ciò che sembra decisivo per riconoscere in Leibniz la veduta realistico-intensiva della Logica è la ricerca delle *idee semplici*, per combinazione delle quali (come già dicemmo nel § 15) dovrebbero resultare tutti i concetti possibili. E si deve avvertire che proprio tale ricerca conferisce la sua vera importanza alla costruzione della logica simbolica come arte inventiva. In una forma più chiara, rivive qui l'idea alchimistica espressa nell'Ars magna del mistico catalano, Raimondo Lallo (1235-1315); che, disponendo arbitrariamente concetti materiali o formali sopra tre cerchi girevoli attorno ad un punto, ne produceva a volontà tutte le combinazioni possibili: singolare miscuglio di verità e di stravaganze! Quanto

(1) « Specimen demonstrandi », Ed. Erdmann, pg. 94.

di quest'idea sopravvive nella fede che i logici matematici più recenti accordano ancora alla magica virtù creativa o euristica dei simboli?

Ma i logici Inglesi, Boole e De Morgan, sono nominalisti, almeno nella maniera del concettualismo e del terminismo; infatti essi ritengono la simbolica come puro istrumento d'analisi del pensiero, e nel processo del pensiero riguardano specialmente il moto *induttivo*, dal particolare al generale: così la logica da essi fondata è, essenzialmente, una logica estensiva.

A conferma e chiarimento di queste affermazioni rileviamo anzitutto come August De Morgan, si leghi a Condillac, non meno che a Kant. La logica formale, ch'egli persegue, è lo studio delle *leggi d'azione* del pensiero, indipendenti dalla materia (cfr. § 18). Un'analisi completa richiede un linguaggio adeguato: l'ordinario sistema logico è incompleto e in parte arbitrario per aver seguito fedelmente il linguaggio parlato, senza domandarsi se i suoi limiti sieno proprio i limiti del pensiero. De Morgan insiste quindi sulla critica del linguaggio ove esistono nomi positivi senza il negativo corrispondente, ed altresì copule aventi diverso valore, convertibili (come nei giudizi d'uguaglianza) o invece ammettenti una copula correlativa (è padre di, è figlio di) ecc. Così egli viene condotto all'introduzione del suo sistema simbolico, che mira appunto a correggere codesti difetti.

Anche Georges Boole [1] spiega criticamente

[1] « Laws of Thought », 1854.

le ragioni per cui il linguaggio ordinario non è un mezzo perfetto d'espressione del pensiero e di qui prende le mosse alla considerazione più generale dei linguaggi simbolici. Gli elementi d'ogni linguaggio — egli dice — sono segni o simboli. Le parole sono segni. Alcune rappresentano le cose, altre le operazioni secondo cui la mente combina le semplici nozioni di cose nei concetti complessi.

Il segno è un' arbitraria marca (mark) avente un' interpretazione fissa e suscettibile di combinazione con altri segni obbedendo a leggi fisse, che dipendono dalla loro mutua interpretazione (op. cit. pg. 25).

Tutte le operazioni del linguaggio, come istrumento del ragionare, possono esser condotte con un sistema di segni composti dai seguenti elementi:

1) simboli letterali, $x, y, \ldots$, rappresentanti cose o soggetti delle nostre concezioni;

2) segni d'operazioni, come $+$, $-$, $\times$, indicanti operazioni della mente per cui i concetti di cose sono combinati o risoluti, così da formare nuove concezioni, che involgono gli stessi elementi;

3) il segno d'identità $=$ ecc., (pg. 27).

I segni delle operazioni — per Boole, come già per Leibniz, Lambert e Segner — sono tratti dall'Algebra, dalla quale Lambert aveva pur tratto i segni $>$ e $<$ a designare l'*inclusione* o subordinazione di due concetti, cioè la contenenza di una classe in un'altra; ma le leggi formali di codeste operazioni non riproducono che in parte quelle del

calcolo algebrico. Altri due segni caratteristici ha aggiunto Boole, cioè 0 ed 1:

0 a designare la classe vuota, cioè il « nulla » logico;

1 a designare il « tutto » o « l'universo del discorso », cioè l'insieme di tutti gli oggetti concepibili;

e di questi segni si vale per dare regole generali atte a rimpiazzare lunghi calcoli logici, assegnando la risoluzione formale dell'equazione logica

$$f(x) = 0 .$$

Non ha per noi importanza assoggettare ad una speciale disamina il sistema simbolico di Boole, ma offriamo piuttosto un quadro delle possibili interpretazioni delle operazioni algebriche, (adottate in fatto da lui o da alcuno dei suoi predecessori), dove viene messa in luce una interessante dualità:

Notazione estensiva	**Notazione intensiva**
$a + b$ si legge: *a* o *b*, riunione delle due classi formate dagli oggetti *a* e *b*;	$a \times b$ si legge: *a* o *b*, concetto definito dalle proprietà comuni ad *a* e *b*;
$a \times b$ si legge: *a* e *b*, interferenza delle due classi *a* e *b*;	$a + b$ si legge: *a* e *b*, concetto definito dall'insieme delle proprietà spettanti ad *a* o *b*;
$a > b$ la classe *a* include *b*;	$a < b$ il concetto *a* possiede tutte le proprietà di *b*;

Notazione estensiva	Notazione intensiva
0	1
classe vuota di oggetti;	concetto cui spettano tutte le note (non compatibili);
1	0
universo del discorso cioè classe contenente tutti gli oggetti possibili.	concetto privo di proprietà, cioè ente indeterminato.

Appare di qui che le operazioni logiche sopra definite si lasciano esprimere in un doppio linguaggio e per contro che il sistema di notazione fondato sull'uso analogico dei segni $+ \times > < 0\ 1$ è suscettibile di due interpretazioni correlative, una delle quali deriva da una considerazione estensiva e l'altra da una considerazione intensiva dei concetti. E poichè le operazioni correlative vengono a godere delle stesse proprietà elementari, ne resulta che « le proprietà formali del calcolo logico, e quindi le proposizioni logiche, restano invariate per lo scambio dei segni $+ \times, > <, 0\ 1$ ». Questa è, in sostanza, la legge di *dualità logica* di De Morgan (1858) e di Peirce (1867).

Per esempio la proprietà distributiva della moltiplicazione logica rispetto alla somma:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c,$$

si converte nella relazione duale

$$a + b \times c = (a + b)(a + c),$$

che — tenuto conto della legge di semplificazione $a^2 = 1$ — esprime la proprietà distributiva dell'addizione logica rispetto al prodotto.

Nel precedente riassunto sintetico si vede chiaro l'uso analogico che si può fare del simbolismo algebrico per l'analisi delle operazioni elementari del pensiero. Ma la tendenza di Boole di costituire in tal guisa un'arte di calcolo o di ricerca non ha avuto praticamente alcun seguito; la logica simbolica, nell'ultima fase del suo sviluppo, diventa piuttosto un istrumento per l'analisi critica dei principî delle Matematiche. Appunto perchè si vogliono scrivere in simboli intere teorie matematiche, sarà qui necessario di mutare i segni algebrici in segni interamente nuovi (cambiamento di pura forma che basterà soltanto accennare) e converrà poi aggiungere altri segni, definendone esattamente le proprietà formali.

Lo scopo indicato è stato raggiunto, press'a poco contemporaneamente e indipendentemente, mercè la costruzione di due linguaggi ideografici, dovuti l'uno a Gottlob Frege e l'altro a Giuseppe Peano.

Appunto per decidere se i fondamenti dell'Aritmetica riposino sopra dati empirici ovvero su una base esclusivamente logica, Frege costruisce il suo « Begriffschrift » nel 1879; e giova dire che a quell'epoca egli non era informato delle ricerche dei suoi predecessori salvo che di quelle di Leibniz [1]. Allo stesso scopo

[1] Cfr. Jourdain « Quarterly Journal ». Bd. 43, pg. 238.

critico sono rivolti i « Grundlagen der Aritmetik » pubblicati da Frege nel 1884: nei quali egli esamina le vedute di diversi matematici e filosofi sul concetto del numero e conclude sostenendo la necessità di esporre i principî dell'aritmetica mercè un linguaggio ideografico.

Questo compito finalmente viene assolto dal Nostro nei « Grundsätze der Arithmetik begriffschriftlich abgeleitet » (Jena 1893, 1903), ove il primitivo sistema simbolico appare notevolmente modificato.

Peano comincia ad occuparsi di logica simbolica — in stretta connessione con Schröder — nella introduzione al « Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva » (Torino 1888), e l'anno successivo negli « Arithmetices principia novo methodo exposita », porge una completa trattazione simbolica della teoria dei numeri, che — pur traendo profitto dall'analisi di R. Dedekind (1) — riproduce soprattutto il concetto di H. Grassmann e di S. Peirce (2), da cui prende l'uso sistematico dell'induzione completa per stabilire le proprietà delle operazioni. Nello stesso anno pubblica « I principî di geometria logicamente esposti », che offrono la traduzione simbolica della geometria di posizione di Pasch, con qualche semplificazione formale. Il sistema di Peano appare già formato in questi lavori e riceve solo poche e non

(1) « Was sind und was sollen die Zahlen », 1888.
(2) American Journal, 1878.

sostanziali modificazioni, nelle esposizioni successive [1]. (È anzi stupefacente l'atteggiamento di quasi voluta ignoranza che la scuola serba rispetto agli sviluppi e alle critiche raffinate di Russell!).

Critici competenti, come Russell e Jourdain, hanno giudicato che i simboli di Frege esprimono un'analisi logica molto più raffinata in confronto a quelli di Peano; ma le notazioni sono oscure dove per contro il linguaggio ideografico di Peano soddisfa ad esigenze economiche di semplicità, per cui è stato preferibilmente adottato nella pratica dei logici matematici. Perciò anche il nostro rapido cenno sarà limitato a questo sistema.

Il punto di partenza dell'analisi logica di Peano, ed anche di Frege, non è — come per Boole — nel

(1) Le principali esposizioni a cui accenniamo si trovano nella Rivista di Matematica, vol. I, Torino 1891 (dopo il vol. VI, il titolo diviene: « Revue de Mathématiques » e nell'VIII: « Revista de Mathematica »), e nelle introduzioni al Formulaire de Mathématiques, in 5 edizioni; 1894, 1897, 1899, 1902, 1905 (l'ultima ed. col titolo Formulario Mathematico). Fra i lavori della scuola di Peano menzioneremo i seguenti: G. Vailati « Scritti » Firenze 1911. Gli articoli relativi alla logica matematica e alla sua storia portano i nn. 1, 2, 4, 5 (1891-94), 27, 39 (1898-9), 88 (1901), 102 (1903), 136, 137 (1905) 197 (1908).

C. Burali-Forti « Logica matematica » Milano, Hoepli 1894, 2ª ed. rifatta 1919.

A. Padoa « Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers précédée d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque ». Atti del Congresso int. di Filosofia, Parigi, 1900.

« La logique déductive dans sa dernière phase de développement » Revue de Métaphysique, 1912.

calcolo delle classi, ma nel calcolo dei giudizî o delle proposizioni. In fatto già Boole (e Lambert prima di lui) aveva osservato che i segni di operazioni e di relazioni fra classi sono suscettibili di essere interpretati come relazioni e operazioni sulle proposizioni, pur conservando le loro proprietà fondamentali. E giova pur ricordare che Mac Coll (1877) aveva tentato di costruire un'esposizione indipendente della logica simbolica, basata su questa seconda interpretazione.

Peano muove dalle proposizioni, scrivendo: $a \varepsilon b$ per designare la proposizione elementare « a è b » o meglio « a è un b », cioè l'*appartenenza* di un individuo a alla classe dei b. Inoltre egli interpreta il segno — come negativa, ed i segni $+$ $\times$ $>$ fra proposizioni, attribuendo loro il seguente significato:

$p + q =$ affermazione di p o q,
$p \times q =$ affermazione simultanea di p e q,
$p > q =$ da p si deduce q (o p implica q).

(Codesti segni vengono poi cambiati rispettivamente in $\smile$ $\frown$ $\supset$, così come i segni 0 e 1 di Boole vengono cambiati in $\vee$ e $\wedge$, che — nella logica delle proposizioni — sono assunti a rappresentare il vero e il falso o l'assurdo: il cambiamento è suggerito — come si è detto — dall'opportunità di non confondere le operazioni logiche colle aritmetiche, nella scrittura ideografica delle teorie aritmetiche).

I segni, definiti per riguardo alle proposizioni, acquistano senz'altro significato rispetto alle classi, grazie

all'osservazione che una proposizione *condizionale* $x \varepsilon a$ definisce una classe di individui a, che vi soddisfano: pertanto la scrittura

$$x \varepsilon a + x \varepsilon b \quad \text{e quindi} \quad a + b,$$

varrà a designare la riunione degli x che sono a o b; e così $a \times b$ rappresenterà l'interferenza delle due classi. Similmente il simbolo d'implicazione di due proposizioni verrà a rappresentare l'inclusione di classi.

In tal guisa si può dare una traduzione sistematica del calcolo delle proposizioni nel calcolo delle classi, ritrovando la notazione estensiva spiegata innanzi: vi è solo eccezione per quanto si attiene alla circostanza che « l'implicazione di una proposizione », costituisce una proposizione, mentre l'inclusione di una classe a in un'altra b, $a < b$, costituisce pure una « proposizione » e non una « classe ».

Rileviamo che Peano sembra non dare grande importanza alla precedenza del calcolo delle proposizioni sul calcolo delle classi, poichè nel 2° Vol. del Formulario inverte l'ordine prendendo le mosse precisamente da quest'ultimo ([1]). Tuttavia la spiegazione dei segni s'inizia ancora col simbolo ε, assumendo come primitivo il concetto della proposizione elementare: x è un a. E Peano e i suoi discepoli ritengono che proprio l'introduzione di questo nuovo segno ε con-

([1]) Lo stesso ordine viene adottato dal Padoa nella sua esposizione del 1912, e s'impone a chi voglia veramente considerare la logica secondo una veduta estensiva.

senta un'analisi completa della logica e quindi la traduzione in simboli delle teorie matematiche [1].

Questo punto riesce tanto più oscuro che il linguaggio ordinario non sembra stabilire una netta differenza fra il rapporto d'appartenenza significato da ε e il rapporto d'inclusione di due classi, che (fino a quando non vi sia caso d'equivoco) si può designare col segno aritmetico $<$. Così è accaduto che taluno (p. es. lo Schröder) abbia misconosciuto la distinzione dei due segni. A questi Peano risponde additando talune proprietà formali che li differenziano, per esempio che la relazione designata dall'ε non ha carattere transitivo: da che dipendono alcuni sofismi in cui la copula vien presa nel sensus divisi degli scolastici, anzichè nel sensus compositi [2]. Una risposta

[1] Con maggiore acume Jourdain (l. c. Quarterly, t. 43, pg. 299) spiega che questo successo pratico (dei sistemi di Peano e di Frege) è essenzialmente dovuto all'introduzione nella logica di proposizioni contenenti variabili.

[2] Tale è, il sofisma degli apostoli, citato da Peano in « Aritmetica generale » (pg. 3):

Pietro e Paolo sono apostoli,
Gli apostoli sono dodici,
Dunque Pietro e Paolo sono dodici.

Peano spiega questo sofisma ritenendo che la copula « sono » abbia — nelle due premesse — il sensus divisi (ε), e debba perciò distinguersi dalla copula che figura — per esempio — nel sillogismo in Barbara, da tradursi col simbolo d'inclusione. Ma, in verità, appare ad ognuno che la fallacia del sillogismo tiene all'ambiguità del termine medio, preso una volta come concetto astratto e l'altra come classe.

Ricorderemo che la nozione dei sofismi nel senso del diviso

assai più chiara si può dare invece mostrando come il segno ε si lasci definire per mezzo di quelli sopra indicati: $=$, $<$, 0 (il segno $<$ essendo preso nel senso stesso che esclude l'uguaglianza). Infatti l'appartenenza di un individuo *a* ad una classe *b* significa che la classe *a* è inclusa in *b* come classe *minima*, per modo che sussistono insieme le due relazioni:

$$a < b, \quad \text{se} \quad c < a, \quad c = 0.$$

Ora, senza spingere più avanti l'esame del sistema di Peano, vediamo quale risposta esso porga alla domanda di definire i rapporti logici. La risposta è che questi rapporti possono essere significati per mezzo dei simboli:

$$\varepsilon, \quad >, \quad <, \quad =, \quad +, \quad \times, \quad -, \quad 0, \quad 1,$$

soddisfacenti a certe proprietà formali.

Qui abbiamo l'impressione di trovarci assai lontani dalla mentalità di un Boole, che — per mezzo dei simboli — imprendeva l'analisi del pensiero. Questa impressione scaturisce invero da tutta la trattazione formalistica che la logica riceve nella scuola di Peano: dove ci viene insegnato l'uso del linguaggio ideografico al modo stesso che si tiene nell'apprendimento d'una lingua vivente o d'una stenografia, ma non si trova un esame esplicito approfondito di ciò che i

(παρὰ τὴν διαίρεσιν) e del composto (παρὰ σύνθεσιν) risale ad Aristotele. (Elenchi Sophistici, cap. IV, cfr. Cap. XX), sebbene i passi relativi non ci riescano perfettamente chiari.

simboli sono presi a significare. È lecito tuttavia intendere che essi esprimano ancora, come per Boole, le operazioni della nostra mente?

In tal caso non si comprende la repugnanza che tutta la scuola dimostra per ogni tentativo di chiarimento psicologico, e l'importanza, non più ausiliaria ma fondamentale, attribuita ai simboli stessi: come fossero gravidi di un senso mistico.

Che cosa possa essere questo senso nuovo, di cui pare che gli scrittori sopra accennati abbiano soltanto una intuizione oscura, apprenderemo dagli sviluppi più recenti della logica simbolica, per opera di Bertrand Russell.

Russell ha sottoposto la logica simbolica ad una critica raffinata e profonda (forse talvolta anche troppo sottile) in un senso altamente filosofico [1]. Il pensatore che si sentiva allontanato dallo spirito pratico dell'esposizione peaniana, trova qui largo motivo di soddisfazione. Ma — svolgendo i presupposti del sistema di Peano secondo la propria mentalità nettamente realistica, che, traverso Cantor e Bolzano ritorna in più intimo contatto con Leibniz — Russell ha mostrato come la comprensione del simbolismo, allonta-

[1] B. Russell « Sur la théorie des rélations » Revue de Math. di Peano, 1902. « The Principles of Mathematics », I Vol., Cambridge, 1903, II Vol. in collaborazione con Whiteheade. — Vedansi pure numerosi articoli di rivista in Mind, Proceedings of the London Math. Society, American Journal of Mathematic, Revue de Métaphysique, ecc. — Cfr. L. Couturat, « Les principes des Mathématiques », Parigi, 1905.

natasi dalla veduta psicologica di Boole, tenda a ritornare naturalmente alla posizione aristotelica.

La precedenza del calcolo delle proposizioni sul calcolo delle classi, che ha — per così dire — un carattere contingente nello sviluppo del sistema di Peano (ma che pur mostra già una certa tendenza realistica) diventa, per Russell, una precedenza ideale: per lui dunque la nozione di proposizione è una nozione primitiva e quella di classe una nozione derivata. In conseguenza di tale veduta il filosofo non si può appagare della definizione dell'ε peaniano, che spiega la proposizione come appartenenza di un individuo ad una classe; all'opposto egli imprende a definire la classe mercè la proposizione condizionale p_x, usando all'uopo il segno ∍ (l'inverso dell'ε, adoperato pure da Peano) che, preposto a p_x, significa « l'insieme degli x soddisfacenti alla data condizione ».

Ma, a sua volta, la proposizione è, per Russell, soltanto un caso particolare di un concetto primitivo più generale, cioè della *relazione*. Già Peirce e Schröder (dopo De Morgan) avevano studiato le relazioni che possono legare — in diversi modi — certe coppie di oggetti o termini x, y; ma per essi la relazione è definita estensivamente come l'insieme delle coppie (x, y) che vi soddisfano. Questo concetto non soddisfa il Nostro, perchè vede la possibilità di dare significati diversi a relazioni aventi lo stesso campo estensivo (così come concetti definiti da note diverse — p. es. triangolo equilatero ed equiangolo — possono avere la medesima estensione), ma

soprattutto perchè le *coppie* legate da una relazione sono *ordinate*, e però non sono classi: l'ordine costituisce anzi, per Russell, una certa relazione fra gli elementi di una classe. Russell scrive dunque $x\ R\ y$ per rappresentare in generale una relazione, cui spetterà un certo *dominio* (x) e un certo *codominio* (y), formanti insieme il *campo* (x, y) entro cui la R assume significato; e stabilisce una *logica delle relazioni*, che si presenta appunto come generalizzazione della logica delle proposizioni. È questa, a giudizio del Couturat [1] la parte più originale e più nuova dell'opera di Russell.

Non è nostro proposito di proseguirne l'esame. Solo vogliamo chiederci quale significato acquistino dunque, per Russell, i rapporti logici. La risposta è che essi esprimono soltanto le più generali relazioni che possano intercedere fra gli enti di ogni mondo possibile; in altre parole il loro proprio significato non si riferisce all'analisi del nostro pensiero, ma alle verità di un universo metafisico, a cui vengono subordinate tutte le esistenze sensibili.

Esplicitamente Russell condanna la tendenza della critica psicologica, e già nei Principles of Mathematics (pag. 4) denunzia « the totally irrelevant notion of mind ». Quest'affermazione viene da lui spesso ripetuta e spiegata; per es. egli dice in un articolo dello Hibbert Journal [2]:

« Per tutto ciò che concerne la logica e la ma-

(1) « Les principes des Mathématiques », Parigi, 1905 (pg. 27).
(2) Luglio 1904, pag. 812.

tematica, l'esistenza di una mente umana o di un'altra mente è affatto irrilevante; i processi mentali si studiano secondo il loro senso logico, laddove il soggetto che costituisce la materia della logica non presuppone processi mentali, tantochè la logica sarebbe ugualmente vera se non ci fossero processi mentali. È ben vero che in tal caso noi non potremmo conoscerla; ma la nostra conoscenza non deve esser confusa colle verità che noi conosciamo ».

Che cosa importi tale realismo si vede bene negli sviluppi che ha ricevuto la metafisica di Russell, traverso la critica del sistema di Leibniz [1]. Questa critica è singolarmente acuta e, appigliandosi al suo aspetto scolastico, rischia di cogliere il vero fondamento storico della monadologia leibniziana: quantunque noi preferiamo riguardare ad altri aspetti meno sterili del filosofo, se anche debbano felicemente contraddire a quelle premesse. In breve, secondo Russell, la filosofia di Leibniz, al pari di ogni sana filosofia, prenderebbe le mosse da un'analisi della proposizione (viva Aristotele!). Avendo ritenuto che ogni relazione logica si riduca all'attribuzione di un predicato ad un soggetto, Leibniz ne avrebbe dedotto che tutti i soggetti invariabili cui spettano nel tempo diversi predicati senza poter esser predicati essi stessi — cioè, secondo il concetto leibniziano, le *sostanze* —

(1) « A. Critical Exposition of the Philophy of Leibniz... ». Cambridge, 1900. Cfr. « The Problems of Philosophy », Londra, Williams and Norgate.

non possono avere relazioni fra loro: perciò « le monadi non hanno finestre ». Solo in contraddizione a tali premesse, Leibniz ha incontrato relazioni non riducibili a giudizî predicativi, e ne è stato indotto ad accostarsi alla teoria — professata poi da Kant — che attribuisce alle relazioni un significato mentale. Ma Russell, lungi dal seguire lo sviluppo di questo pensiero (qualunque ne sia l'origine) ritornerà alla primitiva posizione scolastica del filosofo criticato, correggendo solo l'insufficienza dell'analisi logica, col riconoscere — come si è detto — relazioni non predicative. Per lui, quindi, non vi saranno più sostanze, nel senso leibniziano, ma si avrà un mondo di relazioni che non sono sensibili nè mentali, ma costituiscono il *mondo degli universali*: e per interferenza delle relazioni *semplici*, convenientemente scrutate, si avrà la scienza a priori di tutte le possibilità (1).

In senso affatto opposto alla tendenza che trova la sua più lucida espressione nel realismo di Russell, procede l'analisi della logica istituita da F. Enriques (2). Per lui, come per Boole — alla cui posizione indipendentemente si riavvicina — la logica è l'insieme delle leggi che regolano un *processo men-*

(1) Fra le conseguenze notevoli della posizione anticritica assunta da Russell, ricorderemo la giustificazione che egli dà del *movimento assoluto*, come movimento *rispetto allo spazio*, Principles, Cap. LVIII.

(2) « Problemi della Scienza », Cap. III (1906). « Die Probleme der Logik » nella Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften di Windelband e Ruge (t. I, 1912, pag. 219).

tale, che solo per finzione può essere rappresentato nella forma statica d'un simbolismo: spiegare i rapporti logici significa dunque riconoscere le operazioni della mente che valgono a significare. Se questa tesi viene espressa dicendo che la logica è parte della psicologia, il lettore è avvertito come il termine sia da prendere in un senso razionale, in guisa da evitare a tale proposito le obiezioni di Kant (cfr. § 19).

Ora l'analisi psicologica della logica comincia dal riconoscere gli oggetti o *individui* che il pensiero pone come *invarianti*, per modo che il giudizio elementare d'*identità* o di *distinzione* fra due oggetti abbia un valore indipendente dal tempo: le condizioni che s'incontrano a tale riguardo si traducono nei *principî logici* (d'identità, di contraddizione e del terzo escluso). La mente combina gli oggetti logici per mezzo di operazioni associative. Più oggetti *a*, *b*, *c*,... possono essere *riuniti* in una *classe* (*a* e *b* e *c*,...) o *ordinati* in una *serie* (classe ordinata *abc*...); quindi resta definita la *riunione* di due o più classi, ed anche la *corrispondenza* che (mediante un certo procedimento associativo) si può porre fra gli elementi di due classi.

Dall'inversione delle operazioni indicate scaturisce, non solo l'*interferenza* di due classi, ma l'*astrazione:* infatti il concetto astratto dell'individuo di una classe (*a* o *b* o *c*...) è il risultato dell'operazione inversa a quella per cui *a*, *b*, *c*..., vengono insieme riuniti in una classe; naturalmente il ritorno dalla classe ai suoi elementi non è univoco, e perciò

l' astratto è un nuovo oggetto del pensiero che rappresenta « uno qualunque degli elementi riuniti, pensato come sostituibile (*uguale*) ad ogni altro ».

Ora i *rapporti logici* fra certi concetti (classi, serie ecc.) vengono spiegati come l' espressione delle operazioni logiche che permettono di costruire codesti concetti a partire da oggetti o individui effettivamente pensati o soltanto *possibili*. Quest' aggiunta assume valore per l' osservazione che in realtà i concetti da noi adoperati, introducono classi (come la retta) in cui vengono riuniti infiniti oggetti (punti), sicchè non ci è dato in effetto di pensare prima questi elementi, ad uno ad uno, e di riunirli poi insieme: la retta è una classe di punti solo nel senso che essa implica la supposizione d' infiniti punti possibili, i quali — per una determinazione a priori — debbono pensarsi riuniti. In particolare, secondo la spiegazione precedente, il concetto della *proposizione* — accolto come primitivo negli sviluppi recenti della logica simbolica — si risolve nel concetto delle predette operazioni (costruttrici di classi ecc.) e in quello dei giudizî d' *identità* o di *distinzione* fra oggetti (elementi di codeste classi ecc.).

Enriques non ha spinto la sua critica fino ad un esame sistematico di tutti i rapporti logici; ma il confronto colla logica simbolica vale facilmente a mostrare che l' analisi indicata supera i limiti di Boole e riesce affatto esauriente. Anzi la considerazione dinamica del processo logico, al posto della rappresentazione statica per mezzo di simboli,

ristabilisce il pieno diritto del concetto della « serie ordinata » di figurare tra i concetti logici accanto, — ed idealmente *prima* — del concetto di « classe », che nasce, in realtà, per astrazione, dal confronto di serie diversamente ordinate. Così appare che la difficoltà incontrata da Russell nel concetto di ordine, per la quale ei s'induce a introdurre la nozione primitiva di relazione, non altrimenti spiegata, tiene soltanto all'aspetto che l'espressione simbolica porge del processo logico.

29. **Il sistema ipotetico-deduttivo.** — Ora si chiede: a che riesce infine la riforma della logica maturata nella critica dei principî delle matematiche, e specialmente nell'analisi di Pasch? quale è il nuovo concetto della scienza dimostrativa o dell'ordine di una teoria deduttiva che scaturisce da queste ricerche?

In senso logico, abbiam detto, non vi sono definizioni reali, ma soltanto definizioni nominali, e — poichè queste hanno carattere relativo — si fa capo a taluni *concetti primitivi non definiti*, che debbono essere esplicitamente dichiarati.

In modo affatto simile la deduzione fa dipendere le proposizioni di ogni teoria da certe premesse o principî: il logico non ha da inquietarsi se questi rispondano a ragioni d'evidenza o se sieno acquisiti sperimentalmente, ovvero se si accettino come « ipotesi » in vista di qualsiasi scopo ulteriore, ed in questo senso non distingue più fra « assiomi » e « postulati »; egli ha solo da verificare che *tutti i postulati* vengano

enunciati come tali, e *nella forma di puri rapporti logici supposti fra i concetti primitivi.*

Il sistema dei postulati porge la *definizione implicita* dei concetti non esplicitamente definiti, in quella guisa che un sistema d'equazioni vale a definire, limitandone il campo di variabilità, le incognite che vi figurano (paragone di Gergonne).

Taluno obietterà: come dunque? Trovo nella geometria i concetti fondamentali di « punto », « retta », « piano » ecc., designati con *a*, *b*, *c*,..., ed i loro rapporti logici espressi in un sistema di postulati: pretendete che questi postulati *definiscano* davvero *a*, *b*, *c*,...? Non vi è una contraddizione fra questo proposito e il significato astratto che, con somma cura, avete cercato di conferire ai « rapporti logici »? Giacchè se sia possibile attribuire al vostro sistema una seconda interpretazione (in cui il « punto » si muti, puta caso, in un « cerchio » del piano, e la « retta » in un « fascio di cerchi » ecc.) addio definizione di concetti! A meno che la definizione (bellamente qualificata d'« implicita ») venga svincolata del suo compito precipuo di « definire », cioè determinare gli enti di cui si tratta! E il nostro critico proseguirà maledicendo lo spirito astratto dei matematici e predicando che, almeno pei concetti primitivi della scienza, non vi è salute che nel ritorno alla *definizione reale*.

Ma, per sua fortuna, noi non lo piglieremo in parola, cioè non lo sfideremo a darci questa definizione reale degli enti geometrici: ch'ei non potrebbe dare se non facendo appello ad osservazioni ed espe-

rienze approssimate, le quali ci porgerebbero soltanto degli enti fisici, assai diversi da quelli della geometria razionale. E alle precedenti obiezioni risponderemo come segue.

A quali effetti è richiesta la definizione dei concetti fondamentali di una scienza deduttiva? Certo agli effetti dello sviluppo di questa scienza; e in tal senso tutto ciò che adoperiamo del significato reale dei concetti sono le loro relazioni, che abbiamo il dovere di postulare in maniera esplicita. Al dubbio che un sistema di postulati sia in questo senso *completo*, si può rispondere, in ogni singolo caso, verificando se due sistemi di enti costretti a soddisfare al sistema possano porsi fra loro in corrispondenza biunivoca, in siffatta guisa che le proprietà dell'uno si traducano in proprietà perfettamente omologhe dell'altra, sicchè appariscano astrattamente *uguali*, nell'ordine d'idee di cui si tratta: per esempio, i sistemi di postulati con cui si caratterizzano, d'ordinario, tanto la geometria proiettiva che la geometria metrica dello spazio, sono completi, definendo gli spazi proiettivi in guisa che si possa porre fra di essi una corrispondenza proiettiva, e gli spazi metrici in guisa che si passi dall'uno all'altro con una corrispondenza conservante anche le relazioni di congruenza.

Ma, ribatte il nostro critico, nella realtà sperimentale o nell'intuizione, lo spazio significa sempre qualcosa di più determinato di ciò che pretendete avere definito con un sistema di postulati, sia pure nel detto senso, completo. Non entrano solo in conto le rela-

zioni dei punti fra loro, o colle rette e coi piani ecc., bensì anche relazioni estranee allo sviluppo della geometria: p. es. relazioni colla materia, col moto ecc. ecc.

Ebbene, noi rispondiamo, la definizione implicita che dello spazio (o dei concetti che in esso si raccolgono) diamo nella geometria, non pretende determinare il nostro oggetto di studio oltre l'ordine della geometria; ma niuno vieta che la geometria stessa si prosegua in un sistema più vasto, della meccanica o della fisica, aggiungendo altri concetti fondamentali a quelli propriamente geometrici e legandoli ad essi con nuovi postulati. Anzi questo prolungamento e estensione di una scienza razionale logicamente ordinata, riceve impulso necessario da ogni interpretazione o applicazione sua nel mondo della realtà: dove i concetti fondamentali vengono fatti rispondere, approssimativamente, ad *oggetti reali, definiti* questa volta — in un *senso diverso dal senso logico* — mediante osservazioni ed esperienze, in rapporto a possibili azioni o riflessioni, che vengono suggerite, meglio che indicate, dalle parole. Perchè è carattere peculiare della ragione questo: di rappresentare ogni realtà mediante un sistema di concetti astratti, salvo a tendere all'intelligenza d'una realtà più vasta — e per così dire più reale — coll'aprire il sistema ad un indefinito progresso.

Ora, ritornando al sistema scientifico in cui i concetti vengono implicitamente definiti, come si è detto, mediante i loro rapporti logici, avvertiamo che non vi

è un ordine naturale delle deduzioni da cui dipenda la scelta delle proposizioni *prime*, da assumersi come postulati. Non vi è nemmeno un ordine necessario delle definizioni, per cui certi concetti, a preferenza di altri, abbiano a figurare come primitivi. Così nella critica dei principî della geometria si sono presentati diversi ordini, ove si è condotti — per esempio — a definire la retta e il piano mediante la sfera (Lobacevsky) o reciprocamente a subordinare questo concetto (la congruenza e il movimento che vi si riattaccano) alle nozioni presupposte di retta e di piano.

Sembra che la conquista di questi criterî nella mente dei logici, debba accompagnare da presso la sconfitta dell'ontologia aristotelica, ma già siamo stati costretti a riconoscere che questa sconfitta non è definitiva, e lo spirito del realismo sopravvive e si rinnova in altre forme. Specialmente per ciò che concerne i concetti primitivi, l'idea di Leibniz di far capo a un piccolo numero di *concetti semplici* (la visione alchimistica della logica di Raimondo Lullo) si ritrova in molti pensatori e — come abbiam visto — nei logici matematici più recenti. Lambert, richiamandosi a Wolf, e quindi indirettamente a Leibniz, nell'indagine delle proposizioni prime, diceva che la Grundlehre deve cominciare dai concetti semplici, altrimenti è come se il definire e il dimostrare non avessero alcun fine [1]. « I concetti semplici nel sistema

[1] « Anlage zur Architectonic oder Theorie des Einfachen und des Erstens in der philosophischen und mathematischen Erkentniss », Riga, 1771 (pg. 19).

delle spiegazioni di cose, e i loro nomi nel sistema delle spiegazioni verbali, costituiscono il primo principio e servono di fondamento al resto » (op. c. pg. 24). Ma con più meraviglia si ritrova la stessa idea nelle prime espressioni del pensiero di Peano. In una recensione dei « Grundsätze der Arithmetik, begriffschriftlich abgeleitet » di Frege [1], Peano dice precisamente così: « la Logica Matematica non consta di una serie di convenzioni arbitrarie, e variabili a capriccio dell'autore; ma bensì nell'analisi delle idee e delle proposizioni in primitive e derivate. E questa analisi è unica », « .... le varie ideografie che si possono progettare, ove sieno ugualmente atte a rappresentare tutte le proposizioni, devono finire a coincidere fra loro, salvo al più la forma dei segni adottati ».

Sembra però che il Nostro si sia presto ricreduto su questo punto, giacchè nel Formulaire de Mathématiques, t. II, 1897 egli scrive: « Mais la distinction des idées en primitives et en dérivées est un peu arbitraire; car si au moyen de *a* on définit *b*, et au moyen de *b* on définit *a*, on pourra prendre comme idée primitive *a*, ou *b* » (pg. 27). Abbiamo esposto — egli aggiunge — la riduzione che ci pare la più semplice, ma introduciamo il simbolo [*Df*] per designare le definizioni possibili, in rapporto ad un cambiamento del sistema delle proposizioni primitive.

Un aperto riconoscimento dell'arbitrarietà logica

(1) « Rivista di Matematiche », Torino, vol. V, 1895 (pg. 123). Vedasi la lettera di risposta di Frege, in data 29 sett. 1896: « Revue de Mathématique », t. III, pg. 53.

che è nella scelta di un dato ordine deduttivo si trova in Vailati. Fra le tante espressioni che egli ha dato a questo pensiero, ripetiamo la seguente ([1]): « Invece di concepire la differenza tra i postulati e le altre proposizioni, come consistenti nel possesso, da parte dei primi, di qualche speciale carattere che li renda « per sè stessi » più accettabili, più evidenti, meno discutibili, ecc., i logici matematici vedono nei postulati delle proposizioni *come tutte le altre*, la cui scelta può essere diversa a seconda degli *scopi* ai quali la trattazione mira.

.... Se i rapporti fra i postulati e le proposizioni da essi dipendenti potevano prima essere paragonati a quelli che, in uno stato a regime autocratico o aristocratico, sussistono fra il monarca, o la classe privilegiata, e le rimanenti parti della società, l'opera dei logici matematici è stata in qualche modo simile a quella degli introduttori di un regime costituzionale, o democratico, nel quale la scelta o l'elezione dei capi dipende, almeno idealmente, dalla loro riconosciuta capacità ad esercitare temporaneamente determinate funzioni nell'interesse del pubblico.

I postulati hanno dovuto, cioè, rinunziare a quella specie di « diritto divino » di cui sembrava investirli la loro pretesa evidenza, e rassegnarsi a diventare, invece che gli « arbitri », i « servi servorum » — i semplici « impiegati » — delle grandi « associazioni » di proposizioni che costituiscono i vari rami della matematica ».

([1]) Scritti, pg. 690 (1906).

E si può esser certi di non allontanarsi dal pensiero dell'A. — espresso nettamente in varie occasioni — rileggendo le parole precedenti col sostituire alle parole « postulati » e « proposizioni che ne dipendono », le parole « concetti primitivi » e « concetti definiti per mezzo di quelli ».

Una volta acquisito il concetto che ogni teoria scientifica si riduca (per dirla colle parole di Pieri) ad un *sistema ipotetico-deduttivo* in cui i principî sono, più o meno, arbitrarî, così nella scuola di Peano per uno scopo di critica logica, come nella scuola di Hilbert per un interesse matematico più alto, si è venuta facendo una scelta sempre più libera dei concetti fondamentali e dei postulati. Ed è singolare che proprio nella scuola logico-simbolica — abbandonata l'idea di cercare i *semplici* — sia sorto il criterio di assumere concetti, comunque complicati, ma ridotti di numero, quanto è possibile. Per la qual cosa il sistema di Pieri, che ha ridotto a *due* il numero dei concetti primitivi della geometria e dei relativi segni tipografici, (mentre se ne hanno *tre* nel sistema aritmetico di Peano!) viene celebrato come un grande progresso da codesti logici. Non pare che alcuno di essi siasi fermato ad osservare quale scarso significato ha in sè una riduzione di tal natura: come se un matematico ritenesse di perfezionare la definizione del campo di razionalità $[\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}]$ sostituendo ai tre irrazionali che lo definiscono un'unica quantità complessa, formata con essi.

Ma queste ed altre critiche che si possono muovere all'indirizzo della scuola, per ciò che concerne l'applicazione delle idee nel campo matematico, tengono in ultima analisi al rifiuto di ogni criterio extralogico a cui conviene sottomettere l'arbitrarietà logica; sicchè le esagerazioni o i difetti hanno in ogni caso un valore esemplificativo per la logica. Così nel passaggio sopra descritto: dalla richiesta dei concetti più semplici ai più complessi, permettenti la massima riduzione di numero. Per il logico puro non c'è via di mezzo; la semplicità, al pari di ogni altro requisito, perde valore ai suoi occhi, tostochè si sia accorto che non ha significato assoluto. Come la folla del Manzoni: quando si è persuasa che taluno non merita di essere impiccato, non si ha da spendere più parole per convincerla che ha da essere portato in trionfo!

30. **Indipendenza e compatibilità dei principî.** — I tentativi di dimostrazione del postulato d'Euclide sulle parallele, alla fine del secolo decimottavo e nei primi del decimonono, hanno suscitato il problema « se e come possa riconoscersi l'indipendenza di una proposizione o di un'ipotesi, da altre assunte come postulati ». La geometria non-euclidea risolve il problema per il detto postulato delle parallele, mettendo in luce che esso non resulta come conseguenza da nessun sistema di postulati atto a caratterizzare gli ordinarî concetti di « retta », « piano », « congruenza » ecc., così da porgere le

premesse delle prime 27 proposizioni dell'Euclide [1], anteriori alla 28ª in cui si fa uso appunto del postulato in questione.

In qual modo viene raggiunto questo resultato paradossale, per cui si riesce a « dimostrare una impossibilità di dimostrare? ».

Si dimostra che la proposizione *x*, non può dedursi come conseguenza da un sistema di premesse *a*, *b*, *c* ..., facendo vedere la coerenza o la compatibilità del sistema d'ipotesi *a*, *b*, *c* ..., non-*x*.

Nel caso di cui si discorre si riesce precisamente a questo: designando con *x* l'ipotesi euclidea sulle parallele e con *a*, *b*, *c* ..., i postulati presupposti, il sistema ipotetico-deduttivo che ha per base (*a*, *b*, *c* ..., non-*x*) si può astrattamente interpretare come relativo ad enti contenuti nell'ordinario spazio euclideo, dimodochè ogni eventuale contraddizione che apparisse nello sviluppo del sistema (*a*, *b*, *c* ..., non-*x*) dovrebbe riflettersi anche nel sistema (*a*, *b*, *c* ... *x*): insomma l'ipotesi che *x* dipenda da *a*, *b*, *c* ... si rivela assurda, tostochè si ammetta (ed è un presupposto necessario della questione) che il sistema (*a*, *b*, *c* ...) sia compatibile.

In tal guisa la questione dell'indipendenza dei postulati si riconduce a quella della compatibilità: alla quale non si sarebbe forse pensato, almeno nel caso di principî evidenti, che occorre alla geometria.

[1] Una semplice esposizione di questa indipendenza si troverà nelle citate Conferenze di geometria non euclidea di F. Enriques redatte per cura di O. Fernandez.

Ma come dunque risolveremo logicamente questo nuovo problema della compatibilità di un sistema d'ipotesi?

Si tratta invero di assicurarci che lo sviluppo deduttivo, a partire da date premesse, non ci condurrà *mai* ad una contraddizione. Vedemmo già che Leibniz e Saccheri s'imbatterono in un siffatto problema, e vollero risolverlo facendo capo a *idee semplici*, dappoichè essi ammettono a priori che le idee semplici non possano contraddirsi fra loro, la contraddizione trovandosi solo nel composto.

Anche Lambert riprende le medesime vedute: « è possibile ciò che non contiene contraddizione », « ciò che è, è possibile », dice egli nei citati « Anlage zur Architectonic... », (pg. 16); ed aggiunge che ciò serve a trovare la possibilità a posteriori coll'esperienza, ma le esperienze sole e gli esempî non mostrano subito quanto si estenda la possibilità. Qui bisogna *postulare* la possibilità della composizione dei concetti a priori; invero « la contraddizione esige più d'un pezzo: i concetti semplici non si contraddicono ».

Fra i pensatori che più di recente hanno riflettuto al problema, sorto o risorto — come si è detto — dallo sviluppo della critica non-euclidea, si sono manifestate due tendenze. Gli uni ritengono che la compatibilità di un sistema d'ipotesi possa provarsi soltanto a posteriori, in quanto si assegni al sistema una interpretazione qualsiasi nel dominio dell'esperienza. Gli altri (sull'esempio di Weierstrass, Kronecker... ecc.) tendono a ridurre il significato astratto del sistema

all'interpretazione aritmetica, dove tutto appare fondato sul concetto dei numeri naturali: del quale si ammette a priori la possibilità, in base alle leggi del pensiero.

Ora, alla tesi empirica, di cui si è fatto assertore il Vailati, si può muovere una grave obiezione. Ammettasi, con Lambert, che « ciò che è, è possibile », cioè non contraddittorio; affinchè l'esperienza possa stabilire a priori che « qualcosa è », nel senso richiesto dalla natura della questione, occorre che essa si traduca in giudizî perfettamente esatti, nulla lasciando di approssimato. Ma proprio quest' esigenza è impossibile a soddisfare, almeno finchè si tratti di sperimentare « nel continuo »: soltanto esperienze « nel discreto » possono conseguire un valore esatto! Se poi — come spesso accade in pensatori matematici che meno amano approfondire il contenuto filosofico delle loro opinioni — s' intende come realtà sperimentale anche il mondo dell' intuizione (p. es. dell'intuizione geometrica), ammettendo, più o meno esplicitamente, che questa rifletta una pressione generale dell' esperienza, elaborata traverso una lunga evoluzione mentale; allora l' anzidetta tesi empirica cresce certo di valore: giacchè viene a significare che la compatibilità di certi concetti fu cimentata, non solo mercè lo sviluppo storico della scienza, sì anche nella stessa loro costruzione psicologica, dove si riconosce appunto l' influsso dell' esigenza logica di escludere le contraddizioni (1).

(1) Cfr. Enriques « Problemi della Scienza » Cap. IV.

Quanto alla tesi dei razionalisti, che riconduce la dimostrazione di ogni compatibilità alla coerenza del sistema aritmetico, crediamo che essa esprima, in effetto, il modo più raffinato di rispondere al problema. La base di tali dimostrazioni è così ridotta al minimo possibile, cioè all'ammissione di una serie infinita di oggetti, come quella dei numeri naturali. Si può costruire una siffatta serie in base alla semplice esperienza interna della ripetibilità degli atti del pensiero, quale si esprime nel *principio d'induzione matematica*. In questo senso possiamo accettare la veduta di Poincarè, che il principio d'induzione porga un giudizio sintetico d'esistenza, a cui si riconducono tutte le altre dottrine matematiche: mentre i tentativi fatti per dimostrare codesto principio, deducendolo dagli assiomi logici (che esprimono le leggi d'associazione del pensiero), si sono rivelati vani.

Ora il problema della compatibilità delle premesse di un sistema ipotetico-deduttivo, riesce illuminato dall'analisi mentale del processo logico, svolta da Enriques [1]. Nella quale l'idea leibniziana dei « semplici », ricompare in una nuova forma, trasferita dalla logica intensiva (che presuppone il realismo) alla logica estensiva.

Cerchiamo d'intendere più profondamente il significato delle proposizioni contraddittorie, indagando il valore proprio dei *principî logici*, d'identità, di

[1] Problemi della Scienza, Cap. III.

contraddizione e del terzo escluso. Nella storia del pensiero vi sono due modi opposti di spiegazione, uno dei quali si lascia riattaccare all' antica filosofia eleatica, l' altro è conforme alla maniera di filosofare di Kant: il primo considera i principî logici come proprietà del mondo reale, il secondo come condizioni subiettive del pensiero. La concezione realistica dei principî logici, intesa con rigore, porta a conseguenze metafisiche, quali si osservano negli antichi sistemi di Platone o dei Megarici.

La concezione dei principî logici come leggi mentali è in realtà anteriore a Kant: già Leibniz osservava che essi sembrano offerti dalla generalizzazione dell' esperienza, ma la prova li presuppone, sicchè essi esprimono le prime condizioni di ogni pensiero e di ogni conoscenza. È vero, per altro, che la diffusione del kantismo ha contribuito a rendere accetta codesta veduta. Logici neo-kantiani, come W. Hamilton, esprimono nettamente che i principî logici sono leggi fondamentali determinate dalla natura del soggetto pensante, cioè condizioni del concepibile. Stanley Jevons discute con profondità la questione nella sua più vasta opera logica (1): la scienza (egli dice nell' introduzione) sorge dalla scoperta dell' identico e del diverso, nello spettacolo d' infinita varietà e novità che la natura esibisce ai nostri sensi. I tre principî ch' egli chiama leggi d' identità, di contraddi-

(1) « The Principles of Science, A Treatise on Logic and Scientific Methods » Macmillan, 1873; 2ª ed., 1877.

zione e di dualità, esprimono per lui « la vera natura e le condizioni dei poteri discriminativi e identificativi della mente ». « Sono leggi del pensiero o delle cose? appartengono alla mente o alla natura materiale? » si chiede quindi a pg. 6 dell'opera citata. Qui appunto richiama l'osservazione di Leibniz sopra riferita, e — mentre ha già criticato il trattamento psicologico e empirico della logica di Stuart Mill — concede a Spencer che gli stessi principî possano esprimere anche leggi obiettive (o fatti generalissimi), aggiungendo però che occorre — in ogni caso — distinguere fra la costituzione della mente e l'accumulazione delle conoscenze.

La concezione di Enriques ripete, per questo aspetto, la medesima veduta: i principî logici esprimono l'invarianza di oggetti del pensiero che — volontariamente — vengono affermati come fissi nel ragionamento, cioè valgono a definire gl'« individui logici ». Ora se *a*, *b*, *c* sono individui logici, esplicitamente pensati come distinti, in tutte le operazioni del pensiero logico non potrà mai accadere nè che essi mutino in guisa da confondersi, così che si prenda come identico ciò che si è distinto o viceversa, nè che possano resultare in pari tempo identici e distinti i nuovi enti (p. es. le classi (*ab*), (*ac*), (*bc*)) creati da tali operazioni. In altre parole il processo logico, a partire da (un numero finito di) individui affermati dal pensiero, non può mai condurre ad una contraddizione. Ciò appare conforme alla tesi di Leibniz sui « semplici », trasportata nella logica estensiva,

dove s'intendano per « enti semplici » non più i concetti generalissimi, ma all'opposto gli individui del pensiero, cioè gli oggetti di qualsiasi natura che vengono astrattamente presi come elementi (indecomponibili) del pensiero. Non vi può essere contraddizione, per esempio, a pensare insieme più punti *a*, *b*, *c*..., perciocchè il solo confronto che si può istituire fra questi « elementi » del pensiero consiste nel riconoscerli identici o distinti, e il resultato di tale confronto si mantiene, col mantenersi invariati di quegli oggetti logici.

Ma (come già notammo), il reale processo logico si svolge, non su *concetti costruiti* a partire da (un numero finito d') individui logici effettivamente posti dal pensiero, bensì su *concetti dati*, i cui rapporti logici presuppongono la possibilità di una certa costruzione, cioè la rappresentazione dei detti concetti come « classi » ecc., a partire da individui ipoteticamente affermabili : i quali resulteranno in generale in numero infinito, così da rendere impossibile la ricostruzione effettiva. La domanda « se i rapporti logici che enunciamo come definizione implicita dei nostri concetti sieno compatibili, si riferisce appunto alla giustificazione dell' ipotesi che dà ai concetti stessi la loro « supposta esistenza », come prodotti possibili del pensiero. I principî che enunciano i rapporti supposti, sono propriamente *postulati*, in quanto chiedono di ammettere codesta esistenza logica, che esclude ogni contraddizione dallo sviluppo deduttivo che vi si fonda.

In tal guisa viene sciolta la difficoltà hobbesiana della verità arbitraria delle matematiche: i postulati di una teoria astratta, sebbene porgano la definizione implicita di concetti arbitrarî, non sono essi stessi arbitrarî, dovendo soddisfare alla condizione d'esistenza logica dei concetti definiti, di cui innanzi si è spiegato il valore.

Ritorniamo alla questione dell'indipendenza dei principî per aggiungere alcune osservazioni.

Trattandosi di un *sistema di postulati* a, b, c,..., si può definire la loro *indipendenza assoluta*, ovvero la loro *indipendenza ordinata*: in questo secondo caso s'intende che b non sia conseguenza di a, c non consegua da a e b, ecc., senza escludere tuttavia che, per esempio, a possa dedursi da b, c,... Ora Beppo Levi (1) ha osservato, a tale proposito, che: essendo dato un sistema di postulati a, b, c,... cui spetti l'indipendenza ordinata, si può sempre costruire un nuovo sistema di postulati assolutamente indipendenti. A tal uopo basta sostituire al sistema a, b, c,..., il sistema formato delle seguenti proposizioni:

$a' = a$; $b' =$ sussiste b per tutti gli enti soddisfacenti alla condizione a; $c' =$ sussiste c per tutti gli enti soddisfacenti alla condizione a e b; ecc.

È appena necessario avvertire che questa osservazione ha un valore puramente formale. In generale,

(1) Memorie dell'Accademia di Torino, 1904.

nella considerazione pratica d'un sistema ipotetico-deduttivo, vi è luogo soltanto a chiedere l'indipendenza ordinata dei postulati *a*, *b*, c,...; giacchè l'indipendenza assoluta non ha senso se vi sia una gerarchia di concetti, per modo che i concetti successivi appaiano solo come specificazioni dei primi, e quindi gli ultimi postulati vengano subordinati ai concetti che figurano nei precedenti. Così, per esempio, quando si procede alla sistemazione metrico-proiettiva dei fondamenti della geometria, i concetti metrici pendono dai concetti grafici, in tal forma che non avrebbe senso di premettere qualcuno dei postulati della congruenza o del movimento ai postulati dell'appartenenza fra rette e piani o a quelli che ne esprimono le proprietà lineari e superficiali.

Nei riguardi dell'indipendenza dei postulati *a*, *b*, c,..., vi è pur luogo ad osservare quanto segue. Può darsi che, per esempio, *c* non possa dedursi come conseguenza di *a* e *b*, ma che da *a* e *b*, si lasci dedurre *una parte* della proposizione *c*. Di qui scaturisce la domanda di introdurre come postulati solamente *proposizioni semplici*, cioè proposizioni che non si lascino scomporre nell'affermazione simultanea di due altre proposizioni, complessivamente equivalenti.

Ma il Padoa, indagando al lume della veduta estensiva della logica, quale significato possano ricevere le proposizioni semplici, si è accorto che ogni proposizione semplice si riduce alla forma

a è diverso da *b*,

dove *a* e *b* sono due individui logici: ogni altra proposizione può in effetto, virtualmente, scomporsi in infiniti giudizi di differenziazione di tale specie. Per esempio l'asserzione che un dato elemento appartiene ad una classe, implica che esso sia diverso da tutti gli elementi che si possono pensare fuori della classe medesima.

Pertanto la semplicità dei postulati si riduce ad una norma affatto relativa, cui spetta soltanto un valore estetico. E quanto alla domanda, già affacciata innanzi, dell'indipendenza parziale o totale di un postulato *c*, rispetto ad altri postulati *a*, *b*, convien dire che essa non è stata fin qui criticamente approfondita.

Accanto alla questione dei postulati, si può porre quella dell'*indipendenza dei concetti primitivi*. Ove, in un dato sistema ipotetico-deduttivo, entrino i concetti primitivi *A*, *B*, *C*,..., accolti senza definizione, si può chiedere se qualcuno di essi non possa definirsi (esplicitamente) per mezzo dei rimanenti: per esempio, *C* per mezzo di *A* e *B*. Ma questa domanda non ha senso finchè non si precisi il sistema dei postulati *a*, *b*, *c*,..., per mezzo dei quali si porge la definizione implicita di *A*, *B*, *C*. Se però si suppone dato questo sistema di postulati, l'indipendenza del concetto *C* da *A* e *B* (cioè l'impossibilità della definizione di *C* per *A* e *B*, nella data teoria) si può dimostrare, trovando due interpretazioni concrete della teoria in cui *A* e *B* conservino lo stesso significato e cambi invece quello di *C*, per modo che sieno soddisfatti ugualmente tutti i postulati *a*, *b*, *c*,..., ma che

una certa proposizione x resulti vera per la prima interpretazione e falsa per la seconda. In questo modo è possibile definire l'*irriducibilità* di un sistema di concetti primitivi rispetto ad un sistema di postulati (1).

(1) Cfr. Padoa « Essai d'une théorie algébrique.... », 1900 (l. c. n. 16).



IV.

APPENDICE

DALLA LOGICA INDUTTIVA ALLA LOGICA DEI SISTEMI SCIENTIFICI

Il concetto dell' ordine logico della teoria scientifica, acquisito attraverso la critica matematica del secolo decimonono, non può essere bene compreso nella sua reale importanza, se non si guardi insieme allo sviluppo — in qualche modo contrapposto — della così detta logica induttiva, che si compie appunto nello stesso secolo e che si lega d' altronde al medesimo progresso delle scienze matematiche, prese nel loro più largo significato.

Mentre, da una parte, l' analisi riesce ad una concezione rigidamente formale del sistema ipotetico-deduttivo, vuota di ogni contenuto, dall' altra parte il sistema viene comparato alla realtà delle osservazioni e delle esperienze che è capace di significare, e studiato per riguardo al nascimento e alla verifica delle ipotesi, cioè nel moto ascensionale del pensiero, sicchè il confronto fra i due ordini di considerazioni riesce infine ad una logica dei sistemi scientifici.

31. La concezione positiva della scienza di A. Comte. — Gli studi sulla logica, mirante alla ricerca della verità scientifica, si possono ricollegare da una parte a Auguste Comte, che, nel 1830, pubblicava il primo volume del « Cours de philosophie positive » e d'altra parte a John Frederik William Herschel, la cui dissertazione « On the Study of Natural Philosophy » ([1]) appartiene al medesimo anno.

Comte non ha approfondito propriamente la questione del metodo, ma piuttosto ha inteso a definire, con un'analisi sistematica dei vari campi dello scibile, il concetto stesso della spiegazione scientifica. È noto che egli riesce così a ridurre tutta la scienza al puro contenuto dei fatti che essa descrive e riassume nel minimo numero di formule, scartando rigorosamente ogni ricerca che oltrepassi il fenomeno: « le caractère fondamental de la philosopie positive — dice egli fin nella prima lezione del Cours — est de regarder tous les phénomènes comme soumis à des *lois* naturelles invariariables, dont la découverte précise et la réduction au moindre nombre possible, sont le but de tous nos efforts, en considérant comme absolument inaccessible et vide de sens pour nous la recherche de ce qu'on appelle les *causes*, soit premières, soit finales ». E questa veduta viene immediatamente chiarita, prima coll'esempio della gravitazione newtoniana e poi con quello della teoria di Fourier. Dice che i fenomeni

([1]) Tradotta in italiano col titolo « Discorso preliminare sullo studio della filosofia naturale ». Torino, 1840.

generali dell' universo sono *spiegati*, quanto posson esserlo, dalla legge newtoniana, perchè da un lato questa ci apprende a riguardare l'immensa varietà dei fatti astronomici come un solo fatto generalissimo veduto sotto diversi aspetti, e d'altro lato questo fatto generale si presenta come l'estensione del fenomeno del peso che, a motivo della sua familiarità, e solo per ciò, riguardiamo perfettamente noto. La teoria del calore di Fourier è indicata dal Nostro specialmente perchè essa mette da parte, come vuota, la controversia fra i partigiani di una materia calorifica e quelli che nel calore scorgono invece uno stato di movimento vibratorio. Procedendo nel Cours, il senso generale della Fisica verrà spiegato dal Nostro secondo il medesimo spirito, rifiutando di ammettere le ipotesi metafisiche relative ad eteri, fluidi ecc., accolte a fondamento delle loro costruzioni dai fisici matematici contemporanei.

Non sembra fuor di luogo confrontare queste vedute con quelle che, intorno al metodo, ha espresso Newton, le cui spiegazioni porgono appunto il modello della filosofia positiva. L'autore della gravitazione universale, dopo aver detto che nelle cose difficili della Fisica il metodo *analitico* (induttivo) deve precedere il *sintetico* (deduttivo), soggiunge [1]:

« Methodus analytica est, experimenta capere, phaenomena observare, indeque conclusiones generales

[1] Isaaci Newtoni: « Optices liber III ». Patavii, 1749, pg. 165.

inductione inferre, nec ex adverso ullas objectiones admittere, nisi quae vel ab experimentis vel ab aliis certis veritatibus desumantur. Hypotheses enim in Philosophia, quae circa experimenta versatur, pro nihilo sunt habendae. Et quanquam ex observationibus et experimentis colligere inductione non sit utique generalia demonstrare; ad haec tamen ratiocinandi methodus optima est, quam ferat natura rerum, tantoque firmior existimari debet illatio, quanto inductio magis sit generalis. Quod si ex phaenomenis nihil, quod contra opponi possit, exoriatur; conclusio inferri potest universalis. Et si quando in experiundo postea reperiatur aliquid, quod a parte contraria faciat; tum demum non sine istis exceptionibus affirmetur conclusio oportebit. Hac analysi licebit, ex rebus compositis ratiocinatione colligere simplices; ex motibus vires moventes..., ex effectis causas; ex causisque particularibus generales; donec ad generalissimas tandem sit deventum. Atque haec quidem est methodus analytica. Synthetica est, causas investigatas et comprobatas assumere pro principiis, eorumque ope, explicare phaenomena ex iisdem orta, istasque explicationes comprobare ».

Ora, ritornando a Comte, diremo che il valore della spiegazione scientifica è bene definito da lui nella seconda lezione del Cours, in cui indica come scopo della scienza la previsione, precisando il rapporto fra scienza ed arte: *science d'où prévoyance, prévoyance d'où action*; e tuttavia, prima ancora che la potenza, la filosofia comtiana cerca nel sapere il soddisfacimento d'un bisogno intellettuale. Parte essen-

ziale di questo bisogno è, pel Nostro, il sentimento dell'ordine (evidente riflesso di preoccupazioni morali e sociali) ch'ei vuole appagare con una classificazione gerarchica delle scienze: pur ammettendo che in realtà l'oggetto delle nostre ricerche sia uno, e che noi lo dividiamo per separare le difficoltà a fine di meglio risolverle, egli non sa considerare le divisioni scientifiche come arbitrarie, secondo l'opinione di alcuni, e concede tutt'al più che sieno alquanto artificiali. Probabilmente è una vana impresa tentare di ridurre a unità la spiegazione dei fenomeni dell'universo (come appare dal tentativo più razionale, fatto in questo senso da Laplace, riattaccandosi alla legge positiva più generale della gravitazione), ma basta alla filosofia positiva l'*unità del metodo.*

Le idee di Comte sulla logica sono bene espresse nella citata prima lezione: Le funzioni intellettuali — egli dice — si possono considerare sotto un aspetto statico, come determinazione delle condizioni organiche da cui dipendono, e rientrano allora nell'Anatomia e nella Fisiologia; ovvero si possono guardare sotto un aspetto dinamico. « En les considérant sous l'aspect dynamique, tout se réduit à étudier la marche effective de l'esprit humain en exercice, par l'examen des procédés réellement employés, pour les diverses connaissances exactes qu'il a déjà acquises, ce qui constitue l'objet général de la philosophie positive... ». « En un mot, regardant toutes les théories scientifiques comme autant de grands faits logiques, c'est uniquement par l'observation approfondie de ces fait qu'on peut s'élever

à la connaissance des lois logiques ». E dopo aver contrapposto queste due sole vie alla illusoria psicologia, soggiunge: « La méthode n'est pas susceptible d'être étudiée séparément des recherches où elle est employée; ou du moins, ce n'est là qu'une étude morte, incapable de féconder l'esprit qui s'y livre », giacchè non può condurre che a vaghe generalità.

« Lorsqu'on a bien établi, en thèse logique, que toutes nos connaissances doivent être fondées sur l'observation, que nous devons procéder tantôt des faits aux principes, et tantôt des principes aux faits, et quelques autres aphorismes semblables, on connaît beaucoup moins nettement la méthode que celui qui a étudié, d'une manière un peu approfondie, une seule science positive, même sans intention philosophique. C'est pour avoir méconnu ce fait essentiel que nos psychologues sont conduits à prendre leur rêveries pour de la science, croyant comprendre la méthode positive pour avoir lu les préceptes de Bacon ou le discours de Descartes ». Tuttavia Comte non esclude che divenga possibile più tardi di fare a priori un vero corso sul metodo, ma un tale resultato si potrà raggiungere soltanto attraverso lo studio della filosofia positiva, quando questa abbia conseguito il grande resultato di farci conoscere con precisione le regole generali convenienti per procedere sicuramente alla ricerca della verità.

A questo concetto della logica il Nostro sembra essersi mantenuto in gran parte fedele anche nell'ultimo periodo mistico della sua vita, scrivendo — nel

1856 — il tomo primo de « La synthèse subjective », che è poi rimasto unico, e che porta come sottotitolo « Système de logique positive ou Traité de philosophie mathématique » [1]. Dove tuttavia è da rilevare l'importanza attribuita ai sentimenti e alle immagini, che gli fa definire la logica [2] « le concours normal des sentiments, des images et des signes, pour nous inspirer les conceptions qui conviennent à nos besoins moraux, intellectuels et physiques ».

Un altro passo di questa stessa opera (pg. 45) ci descrive la veduta generale di Comte sul metodo: « la méthode universelle se trouve composée de trois elements: la déduction, l'induction, et la construction, dont la succession est représentée, par leur classement, suivant l'importance et la difficulté croissantes. Nous pouvons immédiatement déduire quand les spéculations sont assez simples pour que leur principes soient spontanément saisissables. Graduée suivant la complication des phénomènes, l'induction prévaut si l'institution des points de départ offre plus de prix et d'embarras que le développement des conséquences ». Ma quanto questa veduta si accordi coll'esame dei procedimenti « réellement employées » nel progresso della scienza, avremo agio di misurare più avanti.

32. **Il discorso sulla filosofia naturale di J. F. W. Herschel.** — Lo studio di J. F. W.

(1) 2ª ed. Paris 1900.
(2) Op. c. pg. 27.

Herschel, sopra citato, affronta ed approfondisce il problema del metodo scientifico secondo uno spirito molto simile allo spirito comtiano, sebbene non spinga l'esigenza positiva fino alla critica delle ipotesi metafisiche soggiacenti alle costruzioni degli scienziati.

L'autore, figlio del principe degli astronomi ed egli stesso illustre nell'Astronomia, particolarmente per la revisione compiuta di tutta l'opera paterna, possiede una larga conoscenza delle più diverse teorie scientifiche, e il sentimento vivo dello studioso che ha lavorato effettivamente alla scoperta della verità. Appunto alla storia di alcuni celebri esempi (come l'ottica di Fresnel) il Nostro attinge la veduta di « quanto sia ampia la parte che spetta alla pura ragione nell'esame della natura » (n. 23), mentre d'altra parte ei proclama l' « esperienza... grande e sola sorgente della conoscenza della natura e delle sue leggi », avvertendo di voler considerare « non l'esperienza d'un sol uomo o d'una generazione, ma quella accumulata di tutto il genere umano in tutti i tempi, ricordata in libri o trasmessa per tradizione » (n. 67).

Ma in qual modo spiega Herschel il rapporto fra l'elemento razionale e l'elemento empirico del sapere?

Egli distingue (n. 14) una scienza astratta i cui oggetti sono in primo luogo « quelle primarie esistenze e relazioni il cui *non essere* non possiamo nemmeno concepire, quali sono lo spazio, il tempo, il numero, l'ordine ecc. » e in secondo luogo « quelle forme artificiali o simboli, che il pensiero ha il potere di crearsi a suo talento e di sostituire come rappresen-

tanti, con l'aiuto della memoria, alla combinazione di quegli oggetti primari e delle sue proprie concezioni », cioè il linguaggio, la notazione e « quella specie di logica più sublime, la quale c'insegna a far uso della nostra ragione nel modo più vantaggioso per la scoperta della verità; che indica i segni ai quali possiamo esser sicuri di esservi giunti; e che, collo scoprire le sorgenti dell'errore e col mostrare i ripostigli nei quali le fallacie sogliono celarsi, ci avverte ad un tempo del loro pericolo, e ci fa vedere come si possano evitare ».

Tuttavia questa specie di *logica* maggiore ch'ei propone di designare come *razionale* (in contrapposto alla *logica verbale*) non permette d'indovinare la natura, perchè la ricerca naturale è dominata dall'idea di *causa*, che non entra nella scienza astratta (n. 66). Anzi l'oscurità che appartiene ai casi di causazione diretta di cui abbiamo coscienza immediata (moto volontario) mostra quanto piccola speranza abbiamo di arrivare alla conoscenza delle cause finali: conviene perciò limitarsi alla ricerca delle *leggi* e alla risoluzione dei fenomeni complessi in fenomeni semplici, che — parendoci non sopportare ulteriore analisi — consentiamo a ritener come cause (n. 78).

Pertanto una legge della natura si presenterà a noi sotto due aspetti (n. 91), cioè come:

1) proposizione generale che annunzia in termini astratti un gruppo intero di fatti particolari relativi al diportamento di agenti naturali in certe proposte circostanze;

ovvero come

2) proposizione che annunzia che gl'individui di una intera classe, concordanti in un certo carattere, concordano pure in un altro.

La ricerca di queste leggi conduce l'A. a discorrere dell'induzione, incominciando dal primo grado di essa, che è la scoperta delle cause prossime e lo stabilimento e la verificazione delle leggi dell'infimo grado di generalità (n. 137 e seg.). A tale scopo egli viene ad analizzare la relazione di causa ed effetto (n. 145), nella quale riconosce la connessione invariabile di un antecedente (causa) ad un conseguente (effetto), per modo che l'assenza della causa porti la negazione dell'effetto, salvochè questo possa esser prodotto da qualche altra causa, e che l'accrescimento o la diminuzione della causa porti la corrispondente variazione dell'effetto, ed anzi una variazione proporzionale in tutti i casi di azione diretta non impedita ecc.

Da questo esame seguono le regole del filosofare (n. 146), cioè i metodi della ricerca induttiva che sono, pel Nostro, il metodo di concordanza (la causa indotta dall'antecedente comune di effetti simili), il metodo di discordanza che insegna a tener conto dei fatti contrarî oltrechè dei favorevoli per la scoperta delle cause (n. 150), e il metodo dei residui (n. 158); i quali metodi vengono tutti chiariti da numerosi esempi scientifici.

Nondimeno i metodi di ricerca proposti dallo Herschel non pretendono di raggiungere il rigore della prova, anzi l'A. esorta a non essere critici troppo

scrupolosi intorno alle induzioni, e ad accoglierle in via provvisoria rimettendosi alla loro *verifica* (n. 170 e seg.). In ultima analisi il valore d'una teoria, anche complicata, consiste nella sua capacità di *predir fatti prima dell'esperimento* (n. 115).

E su questo criterio di prova si fonda la possibilità di pervenire, per generalizzazioni successive, alle induzioni più alte della scienza.

« Il metodo più sicuro — dice al n. 217 — è di sollevarsi per mezzo d'induzioni proseguite fra le leggi, come fra i fatti, di legge in legge, osservando, mentre procediamo, come quelle leggi che abbiamo riguardato come sconnesse, divengano casi particolari l'una dell'altra, o tutte d'una più generale ancora, ed infine cadano interamente in quel punto di vista dal quale impariamo a riguardarle ».

33. Le « idee fondamentali » nella logica di W. Whewell. — Dall'esame del procedimento induttivo della scienza, sopra riferito, vengono posti alcuni problemi filosofici, che — per verità — Herschel non sembra avere sufficientemente approfondito. Infatti egli non ha criticamente indagato come la ragione possa farsi valere di fronte all'esperienza, nè su che fondamento riposi la scienza astratta per mezzo della quale interpretiamo i dati sperimentali [1] o la stessa

[1] Almeno nel discorso sopra citato. Più tardi — in un articolo anonimo della Quarterly Review, giugno 1841, ripubblicato poi nei suoi Saggi — Herschel, criticando la dottrina di Whewell, espone vedute più nettamente empiriche, nel senso stesso di Stuart Mill

idea di causa ed effetto, che assumiamo a criterio del metodo induttivo. La maniera di considerare questa idea rileva bensì delle speculazioni dei filosofi critici precedenti, e in particolare di David Hume da cui deriva il concetto positivo del rapporto di causa come « successione invariabile », ma tuttavia conserva — in pari tempo — qualcosa della tradizione dogmatica. Ad ogni modo l'accoglimento di due esigenze, apparentemente contradditorie, nella veduta scientifica dello Herschel, doveva suscitare in questo campo della logica una più larga discussione: William Whewell e John Stuart Mill esprimono qui e rappresentano le opposte tendenze.

Whewell, ispirato dalla filosofia kantiana, ha dedicato alla logica induttiva e alla storia della scienza diversi lavori fondamentali:

« History of inductive sciences... » (1837).

« The Philosophy of scientific Ideas » (Londra, 1840: la seconda parte ripubblicata più tardi col titolo di « Organum renovatum »).

« History of scientific Ideas (Londra, 1858) » ecc.

L'A. distingue in ogni conoscenza due elementi inseparabili e irreducibili: fatti e idee. La scienza ha per oggetto di legare i fenomeni per mezzo delle idee, ma le *idee fondamentali* non sono d'origine empirica, benchè trovinsi come « forme » nella sensazione: c'è un elemento metafisico che resulta dall'analisi del conoscere e dalla storia della scienza. Le idee sono forme comprensive del pensiero che applichiamo ai fenomeni; i concetti sono modifica-

zioni speciali di tali idee: così, per esempio, il cerchio dello spazio. La spiegazione dei concetti e l'osservazione dei fatti preparano i materiali intellettuali e sensibili della scienza; l'induzione li mette in opera. L'induzione è il legame vero dei fatti per mezzo di concetti esatti ed appropriati; non è dunque una pura somma di fatti, nè l'idea che li lega, ma l'atto per cui lo spirito introduce nei fatti sparsi e distinti l'elemento intellettuale che li unisce.

L'analisi dell'induzione riposa sopra una critica approfondita del concetto di causa, per la quale ci riferiremo in particolare all'ultima delle opere sopra citate (Vol. I, libro III). L'A. insiste che l'idea di causa non deriva dall'esperienza, perchè importa una asserzione universale: ogni evento deve avere una causa. La causa è qualcosa di più d'un antecedente o d'una occasione, poichè viene concepita come il potere che ha una reale operazione (pg. 176). E, dopo aver passato in esame le opinioni dei filosofi, lumeggiando il dibattito provocato dalla dottrina di Hume, Whewell fa propria ed illustra la veduta di Kant (pg. 180): l'idea di causa è inseparabile dalle condizioni di ogni possibile esperienza: questa idea, come le idee fondamentali di spazio e di tempo, appartiene ai poteri *attivi* della nostra mente (pg. 183). Egli procede quindi ad illustrarne il significato enunciando gli assiomi della causalità (necessità della causa, proporzionalità delle cause agli effetti almeno nel caso in cui si tratti di elementi sommabili, azione uguale alla reazione: pg. 185-188) con riguardo alle

premesse della meccanica newtoniana, ed esaminando poi largamente le teorie fisiche che si lasciano trattare come applicazione o estensione di codesta meccanica. A base di ciascuna di queste teorie, l'A. pone un'idea fondamentale a cui si legano le prime supposizioni della teoria stessa, che conviene completare e svolgere con ipotesi esplicite in rapporto alle esperienze da spiegare: così p. es. l'ottica dipende dall'idea fondamentale d'un mezzo in cui si propagano le ondulazioni luminose (pg. 293).

Ritornando, come si è detto, alla ricerca dei presupposti della meccanica di Newton, Whewell si è mostrato, invero, fedele interprete del pensiero kantiano, ma appunto perciò lo sviluppo della sua critica è riuscito a mettere in luce il difetto della filosofia di Kant. Questo si rivela, massimamente, là dove l'interprete spinge il suo zelo fino a giustificare le azioni a distanza, sostenendo non esservi una visibile necessità per ammettere la continuità dell'azione causale nello spazio, come nel tempo (pg. 277). Un sostenitore rigoroso dell'a priori non doveva cedere sopra un punto così fondamentale per le esigenze della nostra comprensione, a costo di restare nella posizione di Leibniz, fuori o contro alle spiegazioni troppo facilmente ricevute dai newtoniani!

Ma questo atteggiamento accomodante del filosofo è — in qualche modo — imposto dalla stessa dottrina dell'a priori di Kant. Se si ammette da una parte che esista una scienza fatta (come la fisica newtoniana), e dall'altra parte che la possibilità della

scienza dipenda dall' accoglimento di certi princìpî necessarî, prodotti dall' attività spirituale ordinatrice dei dati sperimentali, ne deriva logicamente la conseguenza che i princìpî della scienza, accolta come sapere definitivo, debbono accordarsi senz' altro colle esigenze mentali, e riceverne quindi una giustificazione assoluta ed universale: poichè fuori di questo accordo quella scienza verrebbe distrutta.

Appare qui tutto il pericolo che presenta il metodo regressivo della critica kantiana, mercè cui si mira a trasformare in una giustificazione *di diritto*, il successo contingente — e necessariamente anche empirico ed approssimato — che una dottrina scientifica, storicamente costituita (sia pur quella di Euclide o di Galileo-Newton!) può avere ricevuto *in fatto*: l' a priori così inteso non sarà forse più quell' incomodo pretendente che, in concorso e spesso in contrasto cogli sviluppi dell' esperienza, vuole imporre l' autorità della ragione; ma in cambio apparirà come un inutile omologatore di ciò che riceve altrimenti la sua giustificazione, dal successo delle prove sperimentali. E gli potrà toccare la sorte che tocca al servo d'un padrone cui troppo ha compiaciuto nelle sue debolezze, di offendere anticipatamente il nuovo padrone, che dovrà giudicarlo.

Dunque, lo svolgimento che Whewell ha dato della filosofia kantiana, al lume della storia e dell' esame delle dottrine scientifiche, doveva naturalmente suscitare, come reazione, una veduta empirica, negativa di ogni razionalismo, quale si esprime nelle

critiche, sopra accennate, dello Herschel, e massimamente nella logica dello Stuart Mill.

34. La logica induttiva di Stuart Mill. — L'opera di John Stuart Mill, « A System of Logic ratiocinative and inductive... », pubblicata la prima volta nel 1843, e ripubblicata poi in successive edizioni e traduzioni [1], deve il suo grande successo all'ammirevole lucidità del pensiero e dell'esposizione, ed anche alla semplicità della veduta empirica nettamente sostenuta dall'autore.

La metodologia dello Herschel viene qua ripresa, in una forma più schematica, col medesimo scopo di costituire una *logica della verità* (obiettiva), mentre la *logica della conseguenza* — relativa all'accordo del pensiero con se stesso — è ritenuta soltanto come un ausilio necessario di quello scopo; sebbene l'A. non trascuri di esaminare questioni che ad essa si attendono, come l'espressione del pensiero mediante il linguaggio, la natura dalla definizione ecc.: nei quali sviluppi si scorge forse il felice influsso esercitato sul Nostro delle lezioni di logica di Gergonne che, nella sua Autobiography, egli stesso ci narra di avere ascoltate.

Logica della verità vuol dire, per Mill, non soltanto logica della ricerca, bensì anche *logica della prova*; e il fondamento di questa viene riposto esclu-

[1] Abbiamo avuto particolarmente sott'occhio la traduzione francese di Peisse (Parigi, 1866) fatta sulla 6ª ed. inglese (del 1865).

sivamente nell'esperienza, senza ammissione di principî a priori. La battaglia contro questo assunto è condotta rigorosamente, attraverso un esame accurato delle cosidette scienze deduttive. In primo luogo non vi è propriamente una deduzione, procedente dal generale al particolare, da contrapporre all'induzione che sale dal particolare al generale, perchè ogni ragionamento procede in realtà, per analogia, dal particolare al particolare: infatti (come già osservava Sesto Empirico contro la logica aristotelica), la maggiore del sillogismo:

tutti gli uomini sono mortali,
Socrate è uomo,
dunque Socrate è mortale,

non potrebbe essere ritenuta vera, da chi prima non conoscesse anche la verità della conclusione. E così il sillogismo, lungi dal costituire il tipo elementare del ragionamento, ne offre soltanto lo schema o la pietra di paragone (L. II, Cap. II, III).

In secondo luogo le scienze matematiche non riposano affatto, come si dice, sopra verità necessarie, ma soltanto sopra ipotesi e su taluni assiomi che costituiscono generalizzazioni dell'esperienza (Cap. V, VI): le ipotesi sono, per l'A., deformazioni degli oggetti reali, dove alcune circostanze vengono omesse o esagerate (per esempio linee senza larghezza ecc.), gli assiomi invece (p. es. che « due linee rette non possono racchiudere uno spazio ») sono verità induttivamente conseguite, sulla base dell'esperienza e con un passaggio al limite.

L'induzione riposa sopra un principio d'*uniformità*

della natura che è concepito, pur esso, come un fatto generalissimo, guadagnato per mezzo di una primitiva induzione *per enumerationem semplicem*, e che pure è atto a porgere i criterî delle induzioni particolari su cui costruiamo la scienza. Più precisamente l'uniformità della natura si risolve in un tessuto di regolarità parziali dei fenomeni, i cui fili sono le *successioni costanti e incondizionate* che chiamiamo rapporti di *causa ed effetto* (L. III, Cap. III, V).

La decomposizione mentale dei fenomeni complessi nei loro elementi costituisce il primo passo della ricerca induttiva (Cap. VII) e conduce l'A. a definire con più precisione i metodi di Herschel e a formularne i canoni generali (Cap. VIII). Codesti metodi si riducono a quattro:

1) il metodo di concordanza,
2) il metodo di discordanza,
3) il metodo dei residui,
4) e il metodo delle variazioni concomitanti.

Per stabilirli l'A. ragiona sullo schema dei fenomeni, decomposti — come è detto innanzi — nei loro elementi *ABC*, *ADE*..., *adc*, *ade*...: se, per esempio, ad *ABC* consegue *abc* e ad *ADE* segue *ade*, si conclude che *A* è causa di *a* (metodo di concordanza) ecc. Le esemplificazioni relative sono tratte di preferenza da teorie scientifiche poco elevate (Cap. IX); in particolare viene ripreso da Herschel l'esempio della spiegazione della rugiada di Wells, che — per essere stato riprodotto di poi in numerosi trattati di logica — è divenuto famoso in queste eser-

citazioni analitiche, più che non sia veramente nello studio della scienza!

Dopo avere disegnato i metodi induttivi, lo Stuart Mill passa a ragionare della pluralità delle cause e della sovrapposizione degli effetti (Cap. X), trovando qui la ragione del metodo deduttivo. Infatti il processo della deduzione consterà per lui di tre passaggi:

1) anzitutto di un'induzione diretta per determinare le leggi delle cause separate,

2) poi delle conclusioni tratte dalle leggi semplici dei casi complessi,

3) e infine della verifica, mediante l'esperienza specifica (Cap. XI).

Più avanti (nel Cap. XIV dello stesso libro III), questo processo risulterà chiarito mediante il confronto colle teorie fisico-matematiche, in cui l'applicazione del metodo deduttivo riposa sopra ipotesi o sopra rappresentazioni ipotetiche dei fenomeni (es. l'ottica delle ondulazioni di Fresnel). Qui l'A. ripeterà il vecchio argomento aristotelico che conseguenze vere possono dedursi da premesse false (§ 4), sicchè la verifica delle conclusioni non giustifica in generale le ipotesi; e — per quanto riguarda le ipotesi rappresentative — s'ispirerà al criterio positivistico di Augusto Comte, che rifiuta loro il carattere di vere spiegazioni scientifiche.

35. **Deduzione e induzione unificate nel processo d'inferenza di Stanley Jevons.** — Ora, a prescindere dall'ultimo punto su cui ritorneremo più

avanti, giova dire che la comprensione e la valutazione del metodo deduttivo, rivelano nel Mill uno spirito insufficientemente educato alle matematiche ([1]).

In primo luogo un'analisi approfondita del procedimento di questa scienza gli avrebbe appreso che la deduzione non va necessariamente dal generale al particolare, e che quindi — per questo riguardo — la distinzione tradizionale fra metodo deduttivo e induttivo, manca di fondamento. Ma soprattutto il senso dell'esattezza matematica lo avrebbe preservato da accogliere come metodi di prova rigorosi quei metodi di confronto e di generalizzazione analogica delle esperienze, che in verità sono operazioni mentali diverse dal ragionamento, e che Herschel aveva considerato solo come metodi di ricerca.

E se si fosse reso conto che ogni operazione di tal natura è sempre e soltanto probabile e approssimata, il Mill avrebbe anche veduto che i resultati induttivi non costituiscono nulla più che delle supposizioni, la cui probabilità si può accrescere ed avvicinare alla certezza soltanto mediante l'estensione delle verifiche, a cui conduce il ragionamento deduttivo. Gli sarebbe apparso così il vero valore di questo ragionamento, che già per Keplero e Galileo — superando lo stretto criterio aristotelico dell'impossibilità

([1]) Ciò che manca alla mentalità dell'A. per giungere al rigore logico-matematico si vede, per esempio, dall'analisi ch'egli offre della dimostrazione della prop. 5 dell'Euclide (uguaglianza degli angoli alla base del triangolo isoscele): cfr. L. II, Cap. IV, § 4.

di tenere le conseguenze come prove delle premesse — diventa parte integrante del processo induttivo di acquisto delle conoscenze. Meglio ancora la critica delle grandi teorie scientifiche gli avrebbe rivelato la funzione delle verifiche negative, che valgono a correggere l'errore parziale delle premesse e mettere al loro posto delle conseguenze più generali.

In conclusione però, la veduta che il Mill riprende da Telesio e da Bacone, che la scienza sia un progresso dal particolare al generale, acquista per tali considerazioni un valore più significativo. Essa porge una rigorosa affermazione del carattere induttivo del sapere, contro il vecchio ideale dell'ordine deduttivo, e pone così un problema che non potrà più essere risolto nell'antico senso aristotelico, a cui sembra rimanere ancora vicino Newton, nel passo dell'Ottica che abbiamo riferito nel § 31: quale posto hanno, reciprocamente, la deduzione e l'induzione nella scienza?

La vera unificazione di questi due metodi, cioè la spiegazione loro come momenti subordinati del processo scientifico, è stata offerta da W. Stanley Jevons: un compatriotta del Mill che fu, come lui, cultore delle scienze economiche e sociali, nelle quali tuttavia ha portato (dopo Cournot) il metodo matematico. Jevons descrive appunto il processo d'inferenza [1], distinguendo i quattro momenti dell'osser-

(1) « The Principles of Science. A Treatise on Logic and scientific Method », 1873. L'A. nella prefazione (pg. XXII della

vazione preliminare (che può essere rimpiazzata dalla esperienza a cui mette capo un ragionamento precedente), dell'ipotesi, della deduzione e della verificazione. Ed è degno di nota che allo stesso modo il ragionamento sperimentale venga descritto da Claude Bernard nella sua giustamente celebrata « Introduction à la médecine expérimentale ».

36. **L'arbitrario nell'analisi delle cause.** — Come nota opportunamente il Vailati [1], le opere segnalate dal Jevons e dal Bernard esprimono la tendenza a riabilitare in certo modo le attività *costruttive* e *anticipatrici* dell'intelletto umano di fronte alle attività puramente *recettive* e, per così dire, registratrici e classificatorie, alle quali si tendeva prima ad attribuire una parte troppo importante e soprattutto troppo esclusiva, nei processi mentali diretti alla scoperta o all'accertamento delle verità.

2ª ed.) critica il trattamento psicologico e filosofico della logica del Mill. A questo riguardo si può esemplificare la differenza di veduta fra i due autori, mettendo a confronto la spiegazione che essi danno dei principî logici (di contraddizione e del mezzo escluso): per il Mill essi esprimono semplicemente l'esperienza psicologica che la credenza e la non credenza sono stati psichici che si escludono e che vi è luogo sempre a credere o a non credere in tutte le questioni non prive di senso (op. c., L. II, Cap. VII, § 4); invece per Jevons i principî logici sono condizioni a cui debbono soddisfare gli oggetti del nostro ragionamento, come già rilevammo nel § 30.

(1) Scritti, pg. 238. Dello stesso A. vedasi: « Il metodo deduttivo come strumento di ricerca » (1898) in Scritti, pg. 118.

Questa concezione attivistica della scienza si svolge sempre di più sotto l' influsso di alcuni motivi generali e secondo indirizzi che qui giova brevemente esaminare.

Anzitutto un empirismo coerente deve, per necessità, risolvere in una visione frammentaria del reale il concetto dell' uniformità della natura e quindi il postulato di causalità, che il Mill ha assunto a base del metodo induttivo.

Come si è detto, l' uniformità della natura si spezza, pel Nostro, in un tessuto di regolarità parziali che sono costituite dalle successioni costanti ed incondizionate di fenomeni, concepite come rapporti causali: da siffatto concetto deriva appunto la possibilità di rappresentare i fenomeni stessi come riunioni di elementi semplici, secondo lo schema adoperato dall' A. nella sua trattazione. Ma questa risoluzione del fenomeno nei suoi elementi è relativa ed arbitraria: le circostanze che accompagnano un fenomeno, lungi dal lasciarsi definire con un numero finito di dati, sono nella realtà infinite, e fra di esse si trovano condizioni permanenti della natura (o dell' ambiente terrestre) che — per molti fenomeni fisici — potrebbero figurare tra le cause, allo stesso titolo di quell' antecedente invariabile che ci piace distinguere con questo nome. E veramente nelle teorie fisiche più sviluppate, come nella Meccanica, non vi è più luogo a parlare di causa ed effetto, ma piuttosto di *interdipendenza* delle peculiarità distintive dei fenomeni fra loro. Questo concetto appunto è stato svolto da

Ernst Mach fino dal 1872 [1]. In luogo di dire, con linguaggio vago, che un certo fenomeno o un certo carattere fenomenico è causa d'un altro, il linguaggio matematico traduce il loro rapporto dicendo che l'uno è *funzione* dell'altro, e così un fenomeno viene generalmente determinato da un certo numero di funzioni di più quantità variabili, ognuna delle quali è suscettibile di apparire come causa.

Ne segue che le cause e gli effetti esprimono il concatenamento dei fenomeni nella direzione per noi più *importante*: l'idea della necessità della causa è un fatto psicologico che Mach tenta di spiegare, in un senso già presentatosi ad Hume, riattaccandolo ai moti volontari [2]. « Ciò che noi chiamiamo causa ed effetto — dice ancora Mach nella dissertazione: « Oekonomische Natur der physischen Forschung » [3] — non sono altro che le caratteristiche principali d'un dato sperimentale, le quali hanno importanza maggiore delle altre nella riproduzione che ne fa il nostro intelletto » ; ed aggiunge che la questione del « perchè » può oltrepassare lo scopo ed esser posta in casi in cui non c'è nulla da comprendere.

Una più precisa esposizione delle idee del Mach (il rapporto fra causa ed effetto sostituito da una

(1) Die Geschichte und die Wurzel des Satzes der Erhaltung des Arbeit. Praga, Caboe, 1872.

(2) Cfr. « Die Mechanik in ihrer Entwickelung » (1ª ed. Lipsia, 1883). Cap. IV, V.

(3) Populär-wissenschaftliche Vorlesungen, 3ª ed., pg. 277.

dipendenza funzionale, capace di offrire una determinazione *univoca* dei fenomeni) trovasi nell'articolo di I. Petzoldt « Das Gesetz des Eindeutigkeit » (1). Ma soprattutto le dette idee hanno trovato accoglienza presso i cultori delle scienze statistiche ed economiche, cui l'applicazione del metodo matematico ha permesso di conseguire una veduta più esatta e comprensiva della solidarietà dei fenomeni sociali, e di unificare così in una sintesi superiore le spiegazioni parziali degli economisti e dei sociologi precedenti; cito in particolare Karl Pearson e Vilfredo Pareto.

Pearson, dall'investigazione biometrica e statistica, è stato tratto a riflessioni generali sulla teoria della scienza, raccolte nell'importante opera filosofica « The Grammar of science » (2) (1892); la quale appare nell'indirizzo generale ispirata alle critiche di Clifford e specialmente al pensiero di Mach (che l'A. cita ripetutamente).

Per quanto concerne la causa, Pearson denunzia questo « feticcio » che si trova « negli arcani insondabili della scienza ». « Questa categoria — dice nella prefazione alla 3ª edizione della sua opera (3) — è ella altra cosa che un limite concettuale del-

(1) Vierteljahrschrift für Phil. XIX, 1895. Cfr. dello stesso autore « Einführung in die Philosophie der reinen Erfahrung ». Lipsia, 1900 (sviluppo della filosofia di Avenarius).

(2) 3ª ed., 1911, trad. fr.

(3) Trad. fr., pg. X.

l'esperienza, senza alcun'altra base nella percezione, che non interviene che come approssimazione statistica? ». Ma, nel corso dell'opera, le idee dell'autore sono sviluppate in una maniera caratteristica: « L'universo — dice nel Cap. V, § 5 — è formato d'entità innumerevoli, ciascuna probabilmente individuale, ciascuna probabilmente non permanente; tutto ciò di cui l'uomo può venire a capo è di classificare queste entità secondo la misura e l'osservazione delle loro caratteristiche, in classi d'individui analoghi. Grazie a questa classificazione si può notare dalle variazioni nelle classi, e il problema fondamentale della scienza è di scoprire come la variazione in una classe è correlativa o contingente alla variazione in una seconda classe ». E più oltre (§ 8) « L'universo è una somma di fenomeni di cui taluni sono più contingenti, altri meno, rispetto a ciascuno degli altri: questa è la nostra concezione più vasta di quella della causalità, che ora noi possiamo trarre dalla nostra esperienza allargata ».

A queste vedute si lascia riavvicinare strettamente il pensiero espresso da Henri Poincaré nel Cap. XI de « La valeur de la science » (1905), in cui esamina la questione della contingenza e del determinismo, concludendo che la causalità si riduce a una « classification des séquences ».

In « Science et méthode » (1907) la considerazione della causa come rapporto funzionale di due elementi riceve, dall'A., un'applicazione interessante, in cui si tratta di definire « il caso » (Cap. IV).

Anzitutto è chiaro che il nominato concetto della causalità esclude la possibilità di ritenere l'assioma di Herschel, Whewell e Mill che « le cause siano *proporzionali* agli effetti »: ove l'elemento y dipende da x secondo una certa funzione, $y = f(x)$, non vi è nessun motivo a priori perchè f si riduca ad una funzione lineare, della forma $ax + b$! Tuttavia, se si ammette che f sia una funzione continua ed abbia una derivata finita e diversa da zero, si avrà in prima approssimazione, per h assai piccolo,

$$f(x + h) = f(x) = hf'(x),$$

e quindi *le piccole variazioni della causa* (x) *sono in generale proporzionali alle piccole variazioni dell'effetto* (y).

Può accadere però che f' diventi zero o infinita; nel primo caso a piccole variazioni della causa non risponde alcun effetto sensibile, nel secondo a piccolissime variazioni della causa rispondono grandi effetti: qui interviene appunto l' apparenza del *caso*. Un esempio di ciò è offerto dal giuoco della « roulette », poichè il fermarsi di questa sul bianco o sul nero — cioè precisamente la variazione dell' effetto che importa al giuocatore — viene a dipendere da variazioni minime ed inapprezzabili, nella spinta con cui l'istrumento fu messo in moto. Anche l' incontro di serie causali diverse — la tegola che cade sulla testa del passante (cioè la definizione del caso che fu offerta da Cournot) — viene ricondotta da Poincaré al medesimo concetto sopra spiegato.

Menzioneremo ancora qualche altro aspetto della veduta di un' arbitrarietà nella scelta delle cause.

Vailati (1903) fa notare che l' interesse da cui viene a dipendere la scelta della causa fra le condizioni determinanti, mette in luce l' influsso che esercita il sentimento nelle scienze storiche (1).

Anche Enriques (se pure con uno spirito un po' diverso dagli scrittori sopra citati) ha avuto luogo di segnalare ciò che vi è d' arbitrario nella determinazione delle cause, rilevandone il significato per colui che voglia agire riproducendo sperimentalmente un dato fenomeno: l' aspetto negativo di questa analisi illumina in particolare il problema giuridico della responsabilità, ove si considerano come cause quelle azioni umane che intervengono nella produzione del danno, e che si tratta specialmente d' impedire (2).

37. **Valore dei concetti: la dottrina economica della scienza.** — Alla impossibilità di separare le serie causali nell' intreccio dei fenomeni naturali interdipendenti, risponde l' impossibilità di verificare partitamente le ipotesi o i principî d' una teoria che vengano sottomessi alla verifica sperimentale, sicchè nel caso di mancata verifica, non siamo in grado di dire quale fra le ipotesi introdotte sia stata negata dall' esperienza. Perciò il Mach ha avuto occasione di giudicare in tal guisa i criterî milliani sull' indu-

(1) « Scritti », pg. 463.

(2) « Problemi della Scienza », (1906), Cap. III, B.

zione (¹): « Io mi raffiguro che cosa debba pensare ogni moderno ricercatore della natura, il quale ad esempio tenga presenti i concetti del Mill sul metodo delle ricerche sperimentali; egli non giungerebbe al tentativo di farne applicazione neppure al caso più provvisorio ».

Ma, non solo i criteri del Mill, sì anche lo schema del ragionamento di Jevons e di Bernard, deve essere modificato in conseguenza della riconosciuta solidarietà di un complesso di fattori, nella determinazione dei fenomeni; in luogo di descriverne il secondo momento come « ipotesi desunta da osservazioni o esperienze preliminari », converrà ritenere che esso consista nella « supposizione d'un concetto, o d'un sistema di concetti, che ipoteticamente valga a rappresentare i dati osservati (²) ».

Si ritorna così al principio democriteo:

ἔννοια κριτήριον ζητήσεος.

Ora la questione della causalità si vede riattaccarsi ad un problema più generale: che valore hanno i concetti con cui tendiamo a rappresentarci la realtà?

Infatti questo problema storico era stato risoluto da Berkeley in senso nominalistico, prima che Hume venisse condotto alla sua celebre analisi della causa; ed alla posizione di Berkeley e dei più antichi nomi-

(¹) « Analyse der Empfindungen » (1886) Cap. V (trad. it., pg. 114).

(²) Enriques « Problemi della Scienza » Cap. II.

nalisti sono dovuti ritornare i pensatori che hanno voluto approfondire il significato della spiegazione scientifica. Qui, accanto a Mach, conviene citare specialmente I. B. Stallo « The Concepts and Theories of modern Physics » (1882) [1], di cui lo stesso Mach nel cap. VIII di « Erkentniss und Irrthum » (1905) riassume i resultati, rilevandone l'analogia colle proprie vedute.

L'incontro di questi due pensatori riesce tanto più istruttivo perchè essi — pur movendo ad un medesimo scopo di demolizione della metafisica meccanica, e appoggiandosi a un largo esame delle dottrine scientifiche — svolgono il loro tema in maniera assai differente, poichè, l'uno s'ispira ad una concezione biologica della scienza, mentre l'altro istituisce una critica dei filosofi contemporanei (Mansel, Whately, Hamilton, Stuart Mill, ecc.).

Premessa comune è — come già accennammo — la tesi nominalistica: nella realtà non vi sono che i fenomeni. Ma questa tesi non porta all'estremo di Roscellino che i concetti sieno soltanto « flatus vocis »: essi sono costruzioni mentali, di cui si deve definire il significato e il valore.

Il pensiero — dice Stallo [2] — consiste nello stabilire o riconoscere delle relazioni fra i fenomeni, e le principali relazioni, che servono di fondamento

[1] Trad. franc. « La matière et la physique moderne ». Alcan, 1884.

[2] Op. c., Cap. IX.

a tutte le altre, sono l'identità e la differenza [1]: da queste infatti derivano l'esclusione e l'inclusione, la causa e l'effetto ecc.. Gli oggetti sono *percepiti* come diversi, ma *concepiti* come identici per l'attenzione che lo spirito porta sulle loro concordanze o proprietà comuni.

Questo processo d'astrazione ci conduce a classificare gli oggetti delle nostre conoscenze secondo un ordine di concetti che sale dalle « infimae species » al « summum genus ». Alla produzione concettuale si legano quindi alcuni errori tradizionali, che le vecchie metafisiche tolgono dal senso comune, cioè che:

1) Ogni concetto sia parte d'una realtà obiettiva, e così esistano tante cose quanti concetti.

2) I concetti più generali esistano prima o più dei particolari.

3) I rapporti di successione della generazione dei concetti sieno rapporti di successione delle cose.

4) Le cose esistano indipendentemente dalle loro relazioni.

A tali errori Stallo contrappone le vedute resultanti dalla sua analisi:

1) Il pensiero non si occupa delle cose in sè, ma solo delle nostre rappresentazioni pensate, cioè dei concetti.

2) Gli oggetti ci sono conosciuti soltanto per le loro relazioni agli altri oggetti.

[1] Questa veduta si trova largamente sviluppata in tutta la psicologia inglese (Bain, Lewes, Spencer, ecc.).

3) Un atto del pensiero non chiude mai tutto l'insieme delle proprietà conoscibili d'un oggetto in sè, ma solo quelle appartenenti ad una certa classe.

Ho già detto che a conclusioni somiglianti riesce pure l'analisi di Mach; che più volte ritorna, nelle sue opere principali, sulla dottrina del concetto ispirata ad una *veduta biologica* ed *economica* (¹).

Il concetto — dice egli in « Erkentniss und Irrthum » — non risponde a « un contenuto rappresentativo, intuitivo, concreto, attuale che ne esaurisca completamente il senso ». Non perciò deve riguardarsi come « flatus vocis » ; esso esprime invero una *formazione* psicologica, non istantanea come una rappresentazione sensibile, bensì spesso assai lunga. L'uomo forma i concetti allo stesso modo che gli animali, per l'interesse biologico di ritenere certe caratteristiche di intere classi di fenomeni, ma è sostenuto dal linguaggio e dalle relazioni coi suoi compagni; infatti la parola è un'etichetta del concetto che può esser colta sensibilmente, anche se la rappresentazione divenga insufficiente. La maggioranza degli uomini che determina l'uso delle parole non fà attenzione che a « un piccolo numero di reazioni *biologicamente importanti*, e da ciò l'uso delle parole

(¹) Cfr. « Die Mechanik » Cap. IV, V; « Analyse der Empfindungen » (4ª ed., pg. 249-55); « Principien der Währmelehre » (2ª ed., 1900, pg. 177-80); « Erkentniss und Jrrthum » (2ª ed., pg 126-143); « Oekonomische Natur der physischen Forschung » (Popülar-wiss. Vorlesungen, 3ª ed., 1903, pg. 277).

si trova reso stabile ». Infine, se i caratteri comuni degli oggetti che cadono sotto il concetto non vengono effettivamente intuiti « col sentimento della *possibilità di riprodurli, l'intuizione potenziale* deve qui sostituire l'intuizione attuale ».

Queste circostanze rendono il concetto molto prezioso e conveniente per *rappresentare* e *simbolizzare* nel pensiero delle grandi classi di fatti. Qui interviene la magnifica veduta economica del Mach.

Il pensiero è una funzione dell'organismo vivente, in cui si deve riconoscere la tendenza a uno scopo di conservazione della vita e di risparmio delle energie vitali, che appartiene in genere a tutte le funzioni fisiologiche; appunto perchè la copia concettuale dei fenomeni non è *globale*, ma solo per gli aspetti più *importanti* che dan luogo alla scelta delle cause, il possesso dei concetti generali vale come capacità di dimenticare artificialmente tutte le proprietà che non interessano per un dato scopo.

D'altra parte la scienza è una forma d'attività, non pure dell'uomo singolo ma della società umana, che deve essere sottomessa alle stesse leggi economiche che regolano tutti i modi del lavoro. La biologia e l'economia concorrono dunque ad illuminare la natura dei concetti scientifici: « ogni scienza — dice Mach nella " Meccanica ,, — mira a sostituire e *risparmiare* le esperienze per mezzo della loro copia e della figurazione dei fatti nel pensiero »; la funzione d'economia che penetra tutta la scienza si riconosce già nelle dimostrazioni generali, ma si

rende sempre più evidente a chi esamini particolarmente gli sviluppi scientifici.

Queste semplici vedute sono altamente suggestive. Ognuno che si provi a comparare realmente i progressi della scienza con quelli dell'industria, misurerà quanto avanti possa spingersi l'analogia; e riconoscerà in tal guisa i sensi diversi in cui può esser presa la legge economica, a giustificare, non solo la formazione dei concetti più generali e quindi dei rami più comprensivi del sapere, sì anche — in ogni singolo ramo — gli sforzi miranti al purismo dei metodi: analoghi, per molti riguardi, a quegli adattamenti economici dell'industria, in cui s'utilizzano impianti già esistenti, contentandosi — per tale motivo — di un minore rendimento tecnico, per una produzione non troppo larga.

38. **Il fenomenismo e la definizione della realtà.** — La veduta biologica della conoscenza ha esercitato il suo influsso sopra un filosofo, il cui nome viene generalmente associato a quello del Mach nel ricordo dell'empirio-criticismo: Richard Avenarius, promotore del vasto movimento rappresentato dalla « Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie », ha espresso la sua teoria della conoscenza specialmente nell'opera in due volumi: « Kritik der reinen Erfahrung » (Lipsia, 1888-89), nell'introduzione della quale (pg. XIII) viene richiamata l'attenzione sugli scritti di Mach, che hanno esercitato una forte influenza sull'autore. Mach, a sua volta, ha proclamato il proprio

debito di riconoscenza verso Avenarius, le cui pubblicazioni hanno avuto un benefico influsso sui giudizî del pubblico intorno al suo lavoro. Tuttavia non possiamo tacere che la forma d'esposizione delle idee d'Avenarius ci sembra assai meno felice, riuscendo difficile e pesante a cagione della terminologia.

Ora la critica dell'esperienza pura, come l'analisi delle sensazioni di Mach, vuole esprimere un radicale *fenomenismo*: quando si decompone l'edificio del sapere nei suoi elementi, che sono i dati immediati della realtà, si fa capo, non già a delle « cose in sè » che sono — per noi — affatto prive di significato [1], ma soltanto a *sensazioni* e ai rapporti secondo cui queste vengono associate. La definizione della realtà è così ricondotta alla formula di Berkeley:

esse = percipi.

Tuttavia convien dire che l'affermazione dell'esistenza reale di qualcosa implica non solo la possibilità di certe sensazioni, sì anche la producibilità o riproducibilità in condizioni volontariamente disposte. A questa veduta — che completa la classica analisi di Berkeley — è giunto J. Pikler nello studio « The Psychology of the Belief in Objective Existence » (Londra, Williams e Norgate, 1890), specialmente

(1) Nel Cap. I dei « Problemi della scienza » Enriques mostra come la « cosa in sè » al pari dell' « assoluto », sieno concetti viziosamente definiti mediante un processo trascendente, che implicherebbe infiniti gradi del sapere o atti del pensiero.

traverso la critica dei nostri giudizî sull'esistenza dello spazio e del tempo. Infatti questi giudizî implicano, per Pikler, che insieme alla porzione di spazio connessa, in un dato momento, alle nostre esperienze, noi possiamo ottenere la « presentazione » di altre porzioni, a destra, a sinistra, in alto o in basso, mercè movimenti volontarî dei nostri occhi ecc.

Alla medesima veduta, intesa nel senso più largo come « definizione della realtà », è stato condotto — indipendentemente (¹) — F. Enriques, nel cap. II dei « Problemi della scienza » (1906), dalla ricerca d'un criterio che valga a distinguere ciò che è reale dal sogno e dalle illusioni dei sensi. Per Enriques, dunque, i dati immediati della realtà non sono le sensazioni pure, ma piuttosto i rapporti fra sensazioni e volizioni che condizionano le nostre aspettative, e ne esprimono gl'invarianti elementari; l'affermazione dell'esistenza d'un oggetto qualsiasi implica sempre il riconoscimento di un invariante siffatto, relativo ad un sistema di successioni fra certi atti o movimenti volontarî e le sensazioni che da essi vengono procurate.

Questa veduta (che risolve in senso positivo la difficoltà suscitata dalla critica berkeleiana) riesce — come vedremo — a unificare la comprensione del « fatto bruto » e quella del « fatto scientifico », nella più alta accezione del termine; mentre all'opposto lo sviluppo dell'*empirismo radicale*, con Wil-

(¹) Perciò il nome di Pikler figura citato soltanto nella 2ª edizione del 1908.

liam James e Henri Bergson, mette capo ad una netta separazione della realtà immediata e di quella, che essi vengono a riguardare astratta ed artificiale, costruita dalla scienza. Infatti l'analisi approfondita dell'esperienza scopre che le sensazioni, lungi dall'esser definite « di per sè » come dati primi del nostro mondo reale, sono soltanto definite in rapporto ad uno stato di coscienza, come variazioni o differenziali di questo, e non sono contenute in questo se non come aspettative condizionate ad atti volontarî, e — per così dire — a quel modo che nell'equilibrio d'un sistema meccanico è contenuto il comportamento caratteristico di esso rispetto agli spostamenti virtuali ([1]). Per contro lo stato di coscienza non può esser colto sinteticamente di per sè, come visione istantanea dello spirito sopra di sè, poichè sfugge a se stesso nell'atto della riflessione, sicchè l'idea medesima di un tale stato non è che il limite di una serie di costruzioni mentali. Per qualunque verso ci volgiamo non ci è dato dunque di raggiungere qualcosa di veramente « primo », che non implichi già virtualmente una variazione possibile e però un rapporto di sensazioni e di volizioni congiunte; sicchè questa variazione è anche il termine ultimo

([1]) All'infuori del caso d'impressioni fugacissime, non si può mai parlare di sensazioni pure; in ogni sensazione c'è sempre una reazione attiva del senziente, uno sforzo volontario d'attenzione che — nella sua coscienza — si congiunge indissolubilmente al « sentire », ed è appreso come « conoscere ».

della realtà immediata, che il nostro pensiero può conoscere.

39. Significato delle ipotesi scientifiche. — Ritorniamo a Mach e ai filosofi della sua scuola per vedere quale significato e valore assuma, nel loro pensiero, la spiegazione scientifica. La risposta che essi porgono a questa domanda è ispirata essenzialmente allo spirito positivistico di Augusto Comte. Il solo contenuto della conoscenza sono i fatti sperimentabili; nel suo grado più elevato la scienza può riassumere più fatti e aiutarne la previsione in una forma economica, ma non può oltrepassare i limiti d'un'esperienza possibile. « Le prime cognizioni — dice Mach nella lettura scientifica popolare sopra citata (1) — nascono dall'economia conservatrice dell'individuo »; « in quest'opera si esaurisce anche tutto il misterioso potere della scienza ».

Ciò che Mach intende di condannare colla « mitologia meccanica » è semplicemente l'uso delle ipotesi che, estendendo le leggi del movimento oltre il fenomeno visibile, conducono a trattare la fisica come estensione della meccanica. Nessuno più del Nostro ha esercitato un influsso potente per l'attuazione di questo programma della filosofia positiva; e basti menzionare che da lui è ispirata la battaglia di Ostwald in prò dell'energetica contro l'atomismo, sebbene Ostwald stesso dovesse presto ritrarsi dalla

(1) Trad. it., pg. 152.

sua posizione in seguito alle mirabili scoperte di Perrin. Inoltre i lunghi studî che Mach ha dedicati alla trattazione di un'ottica senza etere [1] testimoniano dell'interesse ch'ei portava a tale ordine di speculazioni. Nondimeno in alcuni passi delle sue opere ha pure riconosciuto, in qualche modo, il valore delle ipotesi come strumento di ricerca. Così nella « Conoscenza ed errore » (Cap. II): dopo aver detto che la mitologia animistica e demonologica della natura degli ionici e dei pitagorici, si risolve a poco a poco nella mitologia delle sostanze e delle forze, in una mitologia meccanica e automatica e infine in una mitologia dinamica (adducendo ad esempio gli atomi di Democrito e di Dalton, le particole luminose di Newton, e gli elettroni dei nostri giorni) aggiunge: « Bisogna che la critica senza pietà annienti innumerevoli fiori dell'immaginazione, prima che *uno* di questi fiori possa svilupparsi di più e pervenire a uno stato durevole. Prima di *comprendere* la natura, bisogna *coglierla* in immaginazione, per dare ai concetti un contenuto intuitivo evidente ». E perciò l'immaginazione è tanto più viva quanto più il problema da risolvere è *lontano* dall'interesse biologico.

Ritornando poi sull'argomento — nel capitolo della stessa opera dedicato all'Ipotesi — critica l'esigenza di Stuart Mill nei riguardi della ricerca scientifica e chiarisce il suo pensiero così: « Un'esposizione

(1) Vedasi l'opera postuma « Die Prinzipien der physikalischen Optik » con prefazione dell'A. del 1913, edita a Lipsia nel 1921.

astratta può trovare applicazione in parti della scienza in cui non interviene l'ipotesi, che si esige solo nella scienza che si fa. Ma l'uso cosciente delle *immagini* è molto *profittevole* ».

Quanto alla scienza fatta, essa si esaurisce nella *descrizione* economica dei fenomeni, come diceva Kirkhoff, proponendo alla meccanica lo scopo di *descrivere* i movimenti dei corpi che avvengono nella natura, nei termini più semplici possibili e col minimo numero d'ipotesi. Meglio ancora per Mach (nel capitolo di « Conoscenza ed errore » dedicato alle « leggi della natura ») il resultato della scienza può essere definito col termine « *limitazione delle aspettative* » che ne indica il valore biologico: « secondo la loro origine, le leggi naturali sono delle limitazioni che, condotti dall'esperienza, noi prescriviamo alla nostra aspettativa dei fenomeni ». « La scienza può essere considerata come una *collezione d'istrumenti* permettentici di completar col pensiero i fatti, che non ci son dati che in parte, o di limitare quant'è possibile le nostre aspettative nei casi a venire ».

Accanto a Mach ed anche — come si è notato — per l'impulso di lui, altri pensatori combattono le ipotesi metafisiche che non si traducono in esperienze possibili, e in particolare la metafisica del meccanismo. Ciò fa, con grande vigore, Stallo, nell'opera citata, mostrando le contraddizioni a cui va incontro l'ipotesi degli atomi assolutamente duri e anelastici, come pure quella della loro assoluta inerzia ecc. E nel Cap. VII conclude la sua critica

enunciando le condizioni di validità delle ipotesi scientifiche che debbono ridurre il fenomeno da spiegare ad altri già noti e familiari, con cui viene messo in relazione.

Anche Pearson sostiene e svolge analoghe vedute: la materia e la forza sono feticci, e (aggiunge nella nuova edizione della Grammatica della Scienza, del 1911) non sorge forse il pericolo che lo scienziato d'oggi tratti l'elettrone come il vecchio e immutabile atomo, dimenticando che è soltanto « una costruzione della sua propria immaginazione » che cederà a un concetto più largo, quando verrà a spengersi il suo irraggiamento? « La scienza — ei ripete nel Cap. VI — prende l'universo delle percezioni come lo trova, e si sforza di descriverlo brevemente. Essa non afferma la realtà percepibile della propria stenografia ».

Parallela al movimento critico sopra descritto, procede l'evoluzione del pensiero negli stessi fisici meccanicisti. Quantunque Stallo giudichi il meccanicismo di Clerk Maxwell alla stregua di quello di Descartes, di Huyghens o di Leibniz, si deve riconoscere che le vedute di Maxwell tendono ad emanciparsi dall'antica metafisica materialistica: « quando un fenomeno fisico può essere descritto completamente come un cambiamento nella configurazione e nel moto d'un sistema materiale — dice egli, in un articolo della *Nature* (1) — si dice che la spiegazione dina-

(1) « On the Dynamical Evidence of the Molecular Constitution of Bodies », 4 e 11 marzo 1875.

mica di questo fenomeno è completa. Non possiamo concepire che una spiegazione ulteriore sia necessaria, nè possibile », poichè le idee di configurazione, massa, forza, sono così elementari che non possono essere spiegate per altra cosa.

In accordo con tale veduta il Nostro ha fatto numerosi tentativi per comprendere meccanicamente diversi ordini di fenomeni, specie nel campo dell'elettricità, ma le sue spiegazioni egli offre — non già come soluzione definitiva del problema che oltrepassa la considerazione positiva — bensì come teorie provvisorie, che mantengono un valore di previsione anche se discordi fra loro. Per tal via Maxwell, al pari di lord Kelvin, riesce al concetto di cercare nelle teorie fisiche dei *modelli meccanici* della realtà.

Questo aspetto della costruzione maxwelliana viene messo molto chiaramente in luce da Poincaré [1], il quale — dopo aver rilevato che il fisico inglese tende generalmente a mostrare « la possibilità d'una spiegazione meccanica » senza pretendere di cogliere la spiegazione reale — dimostra che: se per una serie di fenomeni è possibile assegnare una spiegazione meccanica, è possibile assegnarne infinite.

Ora, dal concepire in generale le teorie scientifiche come modelli, si è condotti naturalmente alla veduta critica positiva, che sopra abbiamo esposta. L'ottica delle ondulazioni di Fresnel e la teoria

[1] « Électricité et optique », 1901 ; « La science et l'hypothèse » (1902), Cap. XII.

elettro-magnetica di Maxwell — dice Poincaré (op. c., Cap. X) — sono ugualmente vere, in quanto portano alle stesse equazioni differenziali, le quali « ci apprendono, dopo (Maxwell) come prima, che vi è un certo rapporto fra qualcosa e qualcos'altro; soltanto questo qualcosa lo chiamavamo prima un *movimento*, e lo chiamiamo ora una *corrente elettrica*. Ma queste denominazioni non erano che immagini sostituite a oggetti reali che la natura ci nasconderà eternamente. I rapporti veri fra gli oggetti reali sono la sola realtà che noi possiamo raggiungere, e la sola condizione è che vi sieno gli stessi rapporti fra gli oggetti e fra le immagini che siamo forzati di mettere al loro posto. Se questi rapporti ci sono conosciuti, non importa se giudichiamo comodo di sostituire un'immagine con un'altra » (pg. 190).

A quest'ordine d'idee riesce assai vicina la critica delle teorie scientifiche istituita da Enriques nei citati « Problemi della scienza », sebbene un più netto criterio positivo inibisca all'A. l'uso di certe frasi, come quella sopra riferita, in cui si allude ad una natura inconoscibile delle cose (alla quale invero non si saprebbe attribuire significato alcuno). Dopo avere rigorosamente definito il *contenuto positivo* delle teorie, che è l'insieme dei fatti verificabili che esse abilitano a prevedere, Enriques definisce come *ipotesi rappresentative* quelle che concernono il sistema di immagini su cui la teoria viene costruita, e che possono essere in parte *indifferenti* rispetto ai fatti preveduti. Ma, andando all'incontro della tendenza,

più o meno affermata da alcuni dei pensatori precedenti, l'A. rivendica largamente il valore dell'elemento rappresentativo della conoscenza: dappoichè per lui non vi è una scienza fatta che non si prolunghi necessariamente in una scienza da fare. Le ipotesi che risultano indifferenti in un ambito limitato della teoria, acquistano significato per riguardo ad un'*estensione* della teoria stessa.

In ogni caso queste ipotesi esprimono il bisogno di *estendere* la rappresentazione di certi fenomeni oltre ai limiti d'arresto che sembrano rompere la *continuità* e l'*unità* della natura: quando un corpo si discioglie e scompare nel solvente, la nostra immaginazione ce lo conserva raffigurandocene le particelle molecolari, e quando il movimento del martello si arresta sull'incudine e si quieta — a poco a poco — il vibrare di questa, noi inseguiamo ancora il movimento scomparso sotto forma di calore.... Così l'importanza delle ipotesi rappresentative non stà soltanto nelle *conseguenze logiche* che se ne deducono, bensì anche nelle ipotesi ausiliarie che esse sono capaci di suggerire, e che ne esprimono — in qualche modo — delle *conseguenze psicologiche*. D'altronde la considerazione completa della teoria scientifica « sistema delle ipotesi da una parte e sistema delle verifiche sperimentali o sperimentabili dall'altra parte » ripete — in una sfera più alta — la visione del fatto bruto, in cui già riconoscemmo i due momenti invariantivamente congiunti, dell'atto volontario e delle sensazioni che ne dipendono. Colla teoria noi afferriamo un

« fatto scientifico », mercè il sistema delle ipotesi che costituisce la premessa volontaria della verificazione, e che è suscettibile di forme rappresentative diverse: a quella maniera che la nostra credenza alla realtà d'un semplice oggetto si lega a tanti modi di aspettativa che la fantasia diversamente ci colorisce, alla stessa maniera anche la comprensione del fatto scientifico è tanto più ricca, quanto più varie sono le immagini che possiamo vedere dietro alle esperienze possibili.

Il vero valore della concezione astratta della scienza non consiste dunque nella facoltà di spogliare il contenuto positivo da ogni immagine, bensì nella possibilità di ritrovare lo stesso contenuto in più sistemi d'immagini: ognuno dei quali, se è scelto convenientemente, aggiunge all'economia del sapere, facendo dipendere le nuove previsioni da vecchie abitudini del pensiero.

40. **Il Pragmatismo.** — Queste considerazioni presentano una visibile analogia col concetto dell'ordinamento logico delle teorie, esposto nel precedente Capitolo, e col movimento della filosofia pragmatistica che vi si collega.

Si tenga presente che i concetti fondamentali d'una teoria deduttiva sono implicitamente definiti, nell'ordine logico, dai loro rapporti; alcuni dei quali si assumono in principio come postulati, mentre altri vengono dedotti progressivamente da quelli, come teoremi; per modo che « dedurre » importa svilup-

pare il significato dei concetti, contenuto nei principî. Ora, fra le conseguenze a cui si arriva in tal guisa, si considerino in particolare quelle che denotano fatti sperimentabili: si trova così il *significato positivo* della teoria, indipendentemente dalle immagini che ne costituiscono l'aspetto rappresentativo. Ma, come per la veduta formale del sistema logico rispetto al principio di sostituzione o di trasporto di Plücker-Hesse, anche qui il vero valore del concepimento astratto della teoria risiede, non nell'astrazione vuota, sì nella molteplicità delle intuizioni che ci offrono diverse prospettive sui fatti.

Appunto dai suoi studî sulla logica matematica, Santiago Peirce è stato tratto alla definizione di quel metodo d'analisi che — secondo i principî adoperati da Berkeley per spiegare i concetti di « materia », « sostanza » ecc. — è proprio a render chiare le nostre idee [1]; la formula con cui ha espresso il suo pensiero è che « il significato d'una teoria (d'un'idea ecc.) consiste nelle *conseguenze pratiche* che se ne deducono ».

Nell'intendimento di Peirce si tratta soltanto del criterio della filosofia positiva: le conseguenze pratiche sono semplicemente le esperienze possibili che conferiscono valore obiettivo alle conoscenze, se pur queste vengano stimate alla stregua dell'interesse subiettivo come « rules for action ». Ma la formula

[1] « How to make our ideas clear ». Popular Science, Monthly, 1878.

doveva diventar celebre per l'interpretazione datane da William James [1]; il quale, dal riconoscimento che la credenza a qualcosa di vero implica un appello alle nostre possibilità funzionali, ricava che « il vero... è soltanto l'espediente nella via del pensiero, proprio come il diritto è l'espediente nella via del possesso » [2]. Il vero, anzichè essere riguardato obiettivamente (quale invariante nel succedersi delle sensazioni alle volizioni), appare subiettivamente una specie di utilità: non più norma indipendente dal timore e dal desiderio, ma strumento di successo da mettere alla pari colla *volontà di credere* [3].

Infine il pragmatismo viene concepito da James come la prima stazione per far prevalere l'*empirismo radicale*, che deve poi condurre alla *visione pluralistica* dell'universo. La prudente valutazione dei critici della scienza, la giustificazione utilitaria di essa, (nonchè la frammentaria considerazione della realtà che l'empirismo non riesce ad oltrapassare), si risolve dunque in una svalutazione della scienza; con una insidia tanto più temibile quanto più grande è l'abilità dell'autore, James è riuscito così ad aprire al pensiero le comode vie della « pragmatica larghezza », offrendoci insomma una *filosofia dei compartimenti-stagno.*

(1) Le esposizioni più complete del suo pensiero trovansi nei volumi: « Pragmatism » (New York, 1907), « The meaning of truth » (Londra, 1909), « A pluralistic universe » (Londra, 1909).

(2) « Pragmatism » pag. 222.

(3) Cfr. James « The Will to Believe and other Essays in popular Philosophy » (New York, 1899).

Che questo movimento risponda a complessi motivi dell'anima contemporanea, travagliata da insanabili dissidî, si può ben rilevare dal rapido successo che lo ha accompagnato, e dallo sviluppo di molte filosofie somiglianti, come l'intuizionismo di Bergson o le altre maniere recenti d'idealismo romantico-utilitario; le quali — convenendo tutte nel negare il significato teoretico della scienza (ridotta a polvere di ricette pratiche) — tendono a risollevare, contro di essa, altri modi di conoscenza o di prospettiva sulla realtà, quali la visione artistica e religiosa.

Lo studio di questi sviluppi non entra in questa storia. D'altronde abbiamo già avuto occasione di esporre le nostre idee in confronto del pragmatismo (1) e anche sulla relazione di fondamentale *identità* che scorgiamo *fra scienza* e *religione*, ponendo alla radice della costruzione degli invarianti reali un'attività affettiva, d'ordine religioso (2). Un esame approfondito dello sviluppo della scienza, guardato (più che Mach non faccia) nei suoi rapporti col razionalismo, confermerebbe e illuminerebbe, in più modi, queste vedute.

Le quali portano bensì a integrare la concezione

(1) Cfr. « Scienza e razionalismo » 1912 (Cap. I). Le analogie e le differenze del nostro pensiero col pragmatismo, che già appaiono nei « Problemi della Scienza », sono acutamente rilevate da Josiah Royce nella prefazione ch'egli ha scritto per la traduzione inglese di quest'opera (Open Court, 1914).

(2) « Scienza e razionalismo », Cap. VI.

economica e utilitaria della scienza, ma non tolgono al suo *significato biologico*; purchè l'interesse biologico si riconosca, non solo nel risparmio delle energie vitali, ma più in generale nella loro conservazione, e quindi nell'esaltazione del sentimento fondamentale della vita, che ravvisiamo espressa dall'attività religiosa.

41. **Logica dei sistemi.** — Da tutto ciò che precede cerchiamo di dedurre, come conclusione, le vedute logiche più generali che guidano oggi lo scienziato nella ricerca e nella prova.

Dicemmo già che l'induzione non è mai capace di condurre sicuramente a risultati e principî generali, che riescano così dimostrati senza bisogno di verifica, e d'altra parte che non è nemmeno possibile verificare le conseguenze di un'ipotesi o d'un principio, indipendentemente dall'accoglimento di altre ipotesi connesse (§ 36). Così la logica induttiva cede il posto ad una logica dei sistemi o delle teorie, in cui si tratta della costruzione, della prova e dell'evoluzione, dei sistemi di concetti con cui imprendiamo a rappresentare varî ordini di fenomeni.

Lo schema del procedimento d'inferenza, offertoci da una teoria, è stato da noi disegnato distinguendo in esso 4 fasi o momenti:

1) osservazioni ed esperienze preliminari,

2) concetto o sistema di concetti che ipoteticamente le rappresenta,

3) deduzione,

4) verificazione.

Quando la verifica riesce *in un certo ordine d'esperienze*, il procedimento scientifico messo in opera ci appare come *chiuso*, e le ipotesi espresse dalla teoria si ritengono nel loro insieme provate; salvo a riconoscere — mercè una critica opportuna — il loro reale *contenuto positivo*, a prescindere da ciò che nella rappresentazione può esservi di indifferente a tale riguardo.

Ma la prova così raggiunta non può mai ritenersi che provvisoria ed approssimata! Almeno se la *teoria* viene interpretata in un *senso concreto* che implichi un certo *determinismo fenomenico*, così da fornire positivamente delle previsioni, e non soltanto limitazioni d'aspettative.

Infatti, se da una teoria scientifica si potessero dedurre sempre nuove conseguenze che ammettessero una verifica positiva con un'approssimazione superiore a qualsiasi limite assegnabile, questa teoria dovrebbe possedere un valore estensivo infinito, che supera evidentemente le possibilità della scienza. L'ipotesi d'un accordo illimitato coll'esperienza può farsi soltanto per *teorie* interpretate *in senso astratto*, che si ritengano come sistemi di principî, da completare — in ogni applicazione — mediante ipotesi complementari; ma in tal caso non si può dire se la verifica, qualunque resultato sia per dare, porti sopra la teoria così concepita o sulle ipotesi che le diamo come complemento.

All'infuori di questo senso, che richiamerà più oltre un'attenzione approfondita, l'impossibilità d'una

teoria illimitatamente estendibile, risulta a priori dalla veduta che i *concetti* che la costituiscono sono *formazioni astratte*, cui non è dato chiudere tutta la realtà.

Dobbiamo dunque ritenere come principio generale che: *lo sviluppo deduttivo delle teorie, convenientemente proseguito, porta a cimenti negativi*, che segnano un punto d'arresto alla loro validità. Se l'esperienza negativa, ben controllata, non si lascia facilmente spiegare con la semplice correzione di qualche ipotesi secondaria (compatibile colle altre conseguenze sperimentate), codesta esperienza — sia pur unica — significa la morte della teoria, e di solito viene appresa da noi con quell'atteggiamento di malumore che accompagna sempre la fine di ogni cosa che vive.

Questo malumore è giustificato? « Le physicien qui vient de renoncer à une de ses hypothèses — dice Poincaré [1] — devrait être au contraire plein de joie, car il vient de trouver une occasion inespérée de découverte... Si la vérification ne se fait pas, c'est qu'il y a quelque chose d'inattendu, d'extraordinaire; c'est qu'on va trouver de l'inconnu et du nouveau ».

Ma egli si trova a non poter mantenere il quadro in cui entravano le antiche osservazioni ed esperienze, e a non saperne ancora costruire un altro capace di accogliere l'esperienza nuova; in luogo di contare sopra un lavoro fatto, gli tocca dunque ricominciare il suo lavoro: il malumore che prova in tali condizioni è, in verità, troppo umano.

(1) « Science et hypothèse » (pg. 178).

Comunque, la *vita d'una teoria* si chiude nel ciclo che abbiamo disegnato, conducendo dall'esperienza all'esperienza allargata, donde occorre risalire ad una nuova costruzione concettuale, dotata di un grado più alto di generalità e d'esattezza.

Ora questa fase induttiva della scienza (rinnovantesi nel passaggio da sistema a sistema) si sottrae a regole metodiche precise. Tutto quel che si può dire intorno ad essa è che *la deduzione* si rivela qui come *organo proprio della generalizzazione*: i principî più generali della nuova teoria non sono che teoremi dell'antica, dedotti in modo non invertibile dalle premesse, ai quali si associa spesso qualche ipotesi correttiva. Per esempio l'ipotesi meccanica porta come conseguenza il principio di conservazione dell'energia, che — per la sua maggiore generalità — si manifesta capace di spiegare anche fatti accordantisi coll'ipotesi meccanica.

Ma la *vera generalizzazione* della teoria scientifica non consiste solo nel fatto logico dell'adozione d'un sistema d'ipotesi più generale, bensì *nella estensione* della teoria stessa *a nuovi ordini di fenomeni.* E giova notare che questa estensione da sola può, talvolta, — anticipando il cimento dell'esperienza negativa — provocare la *correzione* delle nostre ipotesi. Ciò si osserva bene nel classico esempio della gravitazione newtoniana. Dalle leggi di Keplero sul movimento dei pianeti si deduce il calcolo della forza attrattiva esercitata dal sole sui pianeti, e poi dai pianeti sui loro satelliti e in particolare dalla terra sulla luna; e

il confronto di quest' ultima forza con quella che agisce sui corpi alla superficie della terra, conduce all' idea grandiosa di una « mutua attrazione esercitantesi fra masse qualsiansi ». Ma la teoria di Newton così estesa, implica necessariamente una correzione delle leggi di Keplero, che rimangono valide soltanto in prima approssimazione (correzione della terza legge, perturbazioni dei moti planetari).

Anche delle esperienze sui raggi catodici, che hanno portato a dubitare del postulato della costanza della massa per le grandi velocità, si può dire che il cimento negativo ch' esse porgono per la meccanica classica era già reso prevedibile dalla più larga estensione che si veniva a conferire alla meccanica stessa, per farvi rientrare i fenomeni elettro-magnetici: e di fatto le esperienze di Kauffmann sono in pieno accordo coi calcoli di Abraham.

D' altra parte il cimento negativo dell' esperienza non rivela sempre qualcosa di nuovo, che non fosse da attendere dalla realtà conosciuta, ma vale anche a correggere l' errore di certe costruzioni concettuali, invitando colla riflessione a scoprire ciò che una critica appropriata avrebbe potuto anticipatamente indicare come più probabile e conforme alla ragion sufficiente.

Si può dir questo delle esperienze di Michelson e Morley, riuscite contrarie all' aspettativa di poter metter in evidenza il movimento (assoluto) dei corpi rispetto all' etere: l' esperienza non fornisce qui un motivo nuovo, bensì soltanto l' occasione a distruggere un feticcio ed a riconoscere la veduta critica della

relatività del moto, che soddisfa all'esigenza razionale di spiegare il muoversi dei corpi senza l'introduzione di masse invisibili di riferimento.

42. **Raffronto colla dialettica hegeliana.** — Qualunque sia la parte, diretta o indiretta, che l'esperienza ha nell'evoluzione d'un dato sistema scientifico, l'aspetto di questa evoluzione, per chi osservi il movimento ascensionale dei concetti, presenta una notevole somiglianza colla dottrina idealistica e in particolare collo schema della *dialettica* di Hegel:

tesi, antitesi e sintesi.

Poichè, anche nella logica dei sistemi scientifici, si può dire che lo sviluppo induttivo del concetto, cioè il superamento di una data posizione, consegue alla negazione o contraddizione della tesi.

Tuttavia sono da avvertire alcune differenze fondamentali:

1) Nella dialettica hegeliana lo sviluppo del concetto, che conduce dall'affermazione alla negazione, procede soltanto per il motivo logico interiore, e non per l'impulso o l'incontro d'un'esperienza esteriore (1).

(1) Eppure, se il filosofo hegeliano concepisce la natura secondo la finzione poetica che ne fa il lavoro compiuto in passato dallo Spirito, di cui abbiamo perduto coscienza, ei deve pur riconoscere che questa natura si pone ora di fronte alla nostra coscienza, come qualcosa di dato; così lo sperimento dovrebbe diventare per lui altrettanto essenziale, quanto lo studio della realtà storica!

2) Inoltre la riaffermazione della tesi nella sintesi, è concepita — per simmetria formale col primo passaggio da tesi a antitesi — come negazione della negazione: invece nello sviluppo del sistema scientifico, il momento induttivo che consegue alla negazione della teoria è radicalmente diverso dal momento deduttivo, non essendo subordinato come questo a regole logiche determinate.

3) Infine la dialettica hegeliana descrive, non tanto l'evoluzione dei concetti logicamente definiti della scienza, quanto i movimenti d'idee — a base affettiva — che mirano a cogliere la realtà morale e sociale o a significare aspirazioni sentimentali e religiose; essa esprime insomma le esperienze storiche dell'epoca romantica, traducendole in ciò che Josiah Royce (1) ha bene designato come « *logica della passione* ».

« Si fa grande ingiustizia ad Hegel — dice, d'altra parte, James (2) — trattandolo in prima linea come un ragionatore. Egli è in realtà un uomo che osserva ingenuamente la realtà, sebbene colla perversa preferenza per l'uso del gergo tecnico e logico. Egli s'immerge nel flusso empirico delle cose, e coglie l'impressione di ciò che accade. La sua mente è *impressionistica...* ». E più oltre (pg. 92) aggiunge questa maliziosa osservazione: « l'unica cosa certa è

(1) « The spirit of modern philosophy ». Boston e New York, 1893.

(2) « A pluralistic universe » op. c., pg. 87.

che, qualunque cosa voi diciate del suo procedimento, qualcuno vi accuserà di non averlo capito » ([1]).

Ora, come mai la logica della passione può avere alcunchè di comune colla logica più elaborata dei sistemi scientifici?

La domanda esige, a nostro avviso, una spiegazione non superficiale. Noi riteniamo che questa sia offerta dalla veduta che anche il movimento della scienza ripete, in un grado superiore, le forme dell'evoluzione storica di qualsiasi movimento spirituale, che meglio si osservano nella vita breve delle idee mosse dal sentimento. Anche qui, infatti, si foggiano concetti per associazione d'immagini, ma l'inibizione intellettuale non giunge a fermarli colla rigida astrazione.

Perciò appunto Hegel (che difetta assolutamente di questa qualità logica inibitrice) attesta la sua antipatia per l'uso barbarico che le scienze fanno della parola « concetto » (Begriff) nel significato di rappresentazione collettiva di una mal definita classe di oggetti: poichè gli ripugna come uno strazio o una lacerazione della realtà, l'astrazione che inibisce il fluire dell'idea, separandola dalle associazioni e relazioni d'immagini ch'essa recherebbe naturalmente con sè.

Non è il caso di fermarci ad esaminare più da vicino questa critica ([2]) che, nella mente di Hegel,

([1]) Cfr. il nostro studio su: « La metafisica di Hegel », in « Scienza e razionalismo » (III), 2.

([2]) Vedasi in generale « Wissenschaft der Logik » in Werke, Bd. III (Berlino, 1833) e in particolare il cap. 5. « Die Lehre von Begriff ». Encyclopädie I, Th. Logik (in Werke Bd. III, pg. 320-21).

dovrebbe distinguere il « comune » da ciò che è veramente generale o « universale ». Ma ci limiteremo ad enunciare la veduta che la dialettica hegeliana esprime semplicemente l'*antitesi* della posizione intellettualistica, in cui il sistema dei concetti è considerato *soltanto* nella sua immobile astrazione. La logica dei sistemi scientifici offre la *sintesi* delle due opposte vedute. Per essa la vera e concreta universalità si riduce all'aspirazione progressiva che porta ad estendere illimitatamente le rappresentazioni comuni e limitate degli oggetti sensibili; del qual processo il *momento dell'astrazione* necessariamente fa parte.

Così è giusto affermare, nonostante ciò che qui appare paradossale, che la pretesa di cogliere il « concreto » fuori di ogni astrazione, costituisce la sola astrazione assolutamente astratta e però vuota ed assurda: in questo fantasma la mente umana proietta il termine irraggiungibile di una serie infinita di atti del pensiero; ciascuno dei quali implica un grado d'astrazione e un coglimento della realtà subordinata.

Infatti tutti i gradi della realtà sono — come si è visto — una costruzione progressiva del pensiero, che conosce sempre per mezzo di concetti. Ed il concetto è, in pari tempo, formazione astratta, separante certi dati possibili del senso da quelli che la nostra attività effettivamente assume come suoi propri, e *atto d'unificazione* o legame associativo che il pensiero medesimo pone fra i dati della realtà considerata. La logica classica ha rilevato soltanto il primo

aspetto, Hegel solamente il secondo; per lui quindi la vera natura e funzione del concetto, non è di *separare* una classe di elementi, bensì di *congiungere*, dando origine al movimento dialettico. Ma questo stesso movimento non assume il significato più alto che acquista nell' *evoluzione dei sistemi*, se non se ne scorge la ragione intima in quella deduzione intellettualistica, che ha come supposto la voluta immobilità dell' astratto.

43. Giudizî a priori e convenzioni: la geometria non-euclidea. — Rivolgiamoci ora ad esaminare più da vicino quel momento critico dell' evoluzione delle teorie, in cui dalla negazione delle ipotesi la mente assorge ad un sistema d' ipotesi e di concetti adatto ad una più larga realtà.

Vi sono regole o principî che determinino o guidino in qualche modo il pensiero a superare la crisi?

Se la domanda venga presa in un significato ristretto, per riguardo allo sviluppo di teorie scientifiche limitate, si può rispondere che la teoria cui è toccato il cimento negativo dell' esperienza, trova fuori di sè un criterio in altre teorie più generali con cui ha da accordarsi e da cui può ricevere nuovi principî. Ma qui sorge la questione se vi sia un ordine gerarchico delle scienze, per modo che talune scienze più generali o astratte abbiano un valore regolativo indipendente dallo sviluppo ulteriore dell' esperienza, e restringano a priori, se pure non determinino, l' evoluzione dei concetti e delle ipotesi.

Una risposta affermativa a tale domanda è stata data dalla dottrina di Kant, che il sapere fa capo a *giudizî sintetici a priori da cui necessariamente dipende l'interpretazione di ogni esperienza possibile.*

Ma la dottrina dell'a priori di Kant è stata superata dallo sviluppo della scienza: anzitutto per la costruzione della geometria non-euclidea.

I primi interpreti di questa geometria (Gauss e Lobatschefsky e, anche — fra i precursori — Taurinus) hanno ritenuto senz'altro che l'osservazione reale di triangoli, geodetici o astronomici, potrebbe constatare una differenza fra la somma degli angoli d'un triangolo e due angoli retti, sì da provare che lo *spazio fisico* è diverso dallo spazio dell'intuizione euclidea, corrispondendo a un valore, piccolo ma non nullo, della curvatura gaussiana k. Frattanto però non si è riusciti a scoprire una differenza reale, che superi gli errori d'osservazione.

Di fronte a questo tentativo di conferire validità fisica immediata alla geometria non-euclidea, i kantiani possono nondimeno mantenere la loro veduta, interpretando le eventuali osservazioni ed esperienze, per cui sembrasse resultare $k \neq 0$, non già come refutazione dell'ipotesi euclidea, bensì come conseguenti a qualche proprietà dei corpi solidi che ci servono quali istrumenti di misura. Ma se, per tal guisa, è dato di mantenere in qualche modo una veduta vicina allo spirito kantiano, devesi almeno abbandonare la tesi propria di Kant, che la possibilità dell'esperienza abbia come fondamento necessario i giudizî sintetici

della geometria d'Euclide, senza di cui l'esperienza stessa non potrebbe venire interpretata. Giacchè, all'opposto, si può determinare un valore di k, così piccolo, che tutta l'esperienza — nei limiti degli errori osservabili — s'accomodi egualmente all'ipotesi di uno spazio non-euclideo di curvatura k.

Ora la tesi kantiana modificata nel senso sopra accennato (tanto più plausibile quanto più piccoli sono i valori di k che entrano in discussione, è stata riaffacciata ai nostri giorni, sotto una nuova forma, da Henri Poincaré. Per lui la questione della geometria euclidea non può avere un senso sperimentale perchè nessuna esperienza porta *sullo spazio*, o sulle *relazioni* dei corpi *collo spazio*, ma soltanto sulle *relazioni dei corpi fra loro*; per conseguenza gli assiomi della geometria euclidea sono semplici *convenzioni*, o definizioni dissimulate, che servono di premessa alle ipotesi fisiche.

« Dès lors — esclama egli [1] — que doit-on penser de cette question: La géométrie euclidienne est-elle vraie?

Elle n'a aucun sens.

Autant demander si le système métrique et vrai et les anciennes mesures fausses; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas etre plus vraie qu'une autre; elle peut seulement être *plus commode*. Or la géométrie euclidienne est et restera la plus commode.... ».

[1] « Science et hypothèse », pag. 67.

Questa tesi dei principî-convenzioni, che l'A. ha lungamente sviluppato (e, forse, un tantino modificata nelle opere posteriori) non gl'impedisce di riconoscere che l'esperienza abbia un ufficio indispensabile nella genesi della geometria, ma solo che essa sia, anche in parte, una scienza sperimentale:

« Si elle était expérimentale, elle ne serait qu'approximative et provisoire. Et quelle approximation grossière!

La géométrie ne serait que l'étude des mouvements des solides; mais elle ne s'occupe pas en réalité des solides naturels, elle a pour objet certains solides idéaux, absolument invariables, qui n'en sont qu'une image simplifiée et bien lointaine.

La notion de ces corps idéaux est tirée de toute pièces de notre esprit et l'expérience n'est qu'une occasion qui nous engage à l'en faire sortir.

Ce qui est l'objet de la géométrie, c'est l'étude d'un « groupe » particulier; mais le concept général de groupe préexiste dans notre esprit, au moins en puissance. Il s'impose à nous, non comme forme de notre sensibilité, mais comme forme de notre entendement ». L'esperienza ci guida soltanto a riconoscere fra questi gruppi l'*étalon* più comodo.

È chiaro dunque che siamo in presenza d'un rinnovamento della teoria dell'Estetica kantiana, dove « l'arbitrario » prende il posto dell' « a priori ».

Ora noi abbiamo lungamente discusso e criticato questa tesi, nel cap. IV dei « Problemi della Scienza ». Non è lo spazio o i rapporti dei corpi collo spazio

che costituiscono l'oggetto della geometria, ma appunto una certa classe di rapporti (spaziali) fra i corpi; pure questi rapporti sono una semplice astrazione di più complesse relazioni fisiche. La geometria, intesa in modo concreto, si prolunga nella cinematica, nella meccanica e nell'ottica, perchè le cosidette esperienze geometriche non sono, in realtà, che esperienze di misura, in cui entrano le proprietà della materia e della luce, e dove tuttavia si prescinde da alcuni elementi, che sembrano *statisticamente* trascurabili.

Ammesso che la geometria sia in concreto soltanto una parte della fisica, i suoi assiomi vengono a figurare accanto alle altre ipotesi, nel sistema scientifico che costruiamo a rappresentare la realtà. Che cosa significa scegliere fra queste ipotesi alcune ed erigerle *convenzionalmente* a principî rigorosi?

A mio avviso c'è qui soltanto un'espressione infelice per rappresentare il riconoscimento dell'arbitrario che è in ogni supposizione, atto di volontà — come abbiam detto — cui viene subordinata l'esperienza. Se f, φ, ψ... sono equazioni poste fra un certo numero d'incognite, io posso esigere prima che sia soddisfatta, per esempio, la f, restringendo così l'arbitrarietà di variazione delle incognite, ed esaminare *dopo ciò* se le φ, ψ... sieno compatibili; ma, nel caso di risposta negativa, non potrei dimenticare che l'incompatibilità messa in luce appartiene, non al sistema parziale φ, ψ..., bensì al sistema completo f, φ, ψ..., nel quale la f — nonostante la conven-

zione fatta — figura allo stesso titolo delle rimanenti equazioni.

Così dunque le ipotesi che Poincaré erige a principî, restano, dopo la sua convenzione e precisamente per questa, soltanto delle ipotesi: le prime ipotesi che l'A. accoglie a restringere il significato delle successive, e quindi il contenuto delle aspettative ch'esse possono implicare. E non ci lasciamo ingannare dalla dichiarazione che le ipotesi erette a principî, assumono convenzionalmente un valore *rigoroso*: questa dichiarazione non aggiunge nulla al semplice atto del supporre! Infatti ogni supposizione, nello sviluppo teorico della scienza, è sempre intesa e trattata come proposizione logica e quindi come rigorosa; il suo carattere approssimato apparisce solamente nella verifica.

Colla refutazione del convenzionalismo di Poincaré, si ritorna dunque (forse, con una veduta più precisa del valore fisico delle ipotesi geometriche) al concepimento concreto della geometria, di Riemann, Helmholtz, Clifford ecc. Ma questo concepimento acquista oggi un'importanza eccezionale in ordine allo sviluppo delle nuove teorie di Alberto Einstein, e proprio in rapporto ad esse viene brillantemente illustrato da Eddington nel dialogo che costituisce l'introduzione alla nota opera su « Spazio, tempo e gravitazione ».

44. **La fisica elettro-magnetica relativistica e le esigenze razionali del sapere.** — Lo sviluppo

delle idee che, traverso alla recente crisi della meccanica, ha messo capo alla dottrina di Einstein, anche prima di giungere all'ultima e più ardita fase, vale a confutare la veduta di un ordine gerarchico dei concetti scientifici, ed illumina quindi — di nuova luce — la questione dell'a priori.

Infatti la crisi per cui siamo passati ha essenzialmente questo significato. Due concezioni dell'ordine della natura si sono trovate in presenza:

1) per l'una le intuizioni più familiari dei fenomeni del movimento, venivano assunte, nei concetti e nei principî della meccanica newtoniana, a spiegare l'universalità dei fatti fisici, postulando dunque uno spazio (o un moto) assoluto e un tempo assoluto, l'inerzia galileiana e l'azione a distanza;

2) per l'altra (che, con lungo sforzo, si tentò di accordare colla prima) i fenomeni elettro-magnetici venivano raccolti nello schema d'una teoria, cui Faraday, Maxwell, Lorentz hanno dato per fondamento la *contiguità* del rapporto causale, cioè il propagamento continuo dell'azione, nello spazio e nel tempo.

Ora le due dottrine si sono rivelate inconciliabili, ed è apparso che mentre il quadro più largo dei fenomeni ottico-elettro-magnetici (radioattivi ecc.) mal poteva ridursi sotto la spiegazione meccanica all'opposto si può ottenere una conveniente spiegazione elettro-magnetica dei fenomeni meccanici.

Le tappe successive di questo progresso d'idee non sono segnate soltanto dalle esperienze, sotto l'im-

pulso delle quali si è andata svolgendo la dottrina dell'elettro-magnetismo, ma *anche* dalla critica dei concetti, mercè cui i fisici teorici hanno acquistato più netta consapevolezza del significato delle esigenze razionali del sapere.

Quest'affermazione, in quanto contrasta col giudizio comunemente accolto, può apparire paradossale. Infatti per chi ritenga lo spazio e il tempo assoluto come esigenze inderogabili della ragione (e d'altra parte si sia sufficientemente abituato al compromesso newtoniano delle azioni a distanza, in cui pure Newton stesso non vedeva che una provvisoria ipotesi di lavoro) [1], l'abbandono dei concetti newtoniani non può essere accolto che come un'imposizione dell'esperienza, e la storia delle esperienze di Michelson e Morley — cui si dà il primo posto nell'esposizione della teoria della relatività — sembra confermare tale veduta. Ma come sostenere che il movimento assoluto esprima un'esigenza razionale?

All'opposto, il più antico assertore della filosofia razionalistica, Parmenide d'Elea, aveva scoperto, colla sola forza della critica, la relatività del movimento [2]; e razionalisti come Keplero e Descartes hanno fatto propria questa tesi. La quale è un'imman-

(1) Infatti Newton (come già nelle antiche ipotesi democritee, riesumate poi da Lesage e da Fatio de Dullers) voleva spiegare l'attrazione riconducendola a pressioni e urti: cfr. « Optica » Quaestio 313, op. c., pg. 153.

(2) Cfr. Enriques « La relatività del movimento nell'antica Grecia » (Periodico di Matematiche, 1921).

cabile conseguenza del principio di ragion sufficiente, per chi cerchi di definire e spiegare il moto, unicamente in rapporto alla materia che si vede muoversi. Ma la tesi parmenidea è stata interpretata come negazione del *concetto del movimento*, senza di cui pare impossibile una scienza meccanica. In questo senso è sembrato necessario a Democrito, e poi a Galileo, di postulare uno spazio assoluto di riferimento. Newton ha accolto tale postulato, illudendosi forse che l'abitudine del pensiero di considerare il moto dei corpi come qualcosa di definito per se stesso, costituisse un'esigenza razionale, e vedendone d'altronde una conferma sperimentale nella proprietà degli assi permanenti di rotazione (giroscopio). Però il pensiero critico moderno era già tornato al concetto relativistico anche quando l'ipotesi d'un etere immobile pareva necessario fondamento dell'elettro-magnetismo, e Michelson sperimentava, nell'ingenua speranza di mettere in evidenza il moto dei corpi rispetto all'etere; qui basterà ricordare come Mach avesse sostenuto l'idea che la spiegazione della sopra citata proprietà degli assi permanenti di rotazione fosse da cercare in un'influenza delle masse stellari (¹).

Per ciò che si riferisce al tempo bisogna confessare che la critica einsteiniana (suggerita dall'ipotesi del *tempo locale* di Lorentz) si presenta, a prima

(¹) Ricorderemo anche l'analisi d'Enriques nei « Problemi della Scienza » (Cap. V), mercè cui si riesce a fondare la statica e la dinamica del moto incipiente in relazione ad un sistema di

vista, nuova e paradossale. E la detta critica s'impone a noi come conseguenza del principio di relatività, solo quando si accolga il dato sperimentale della costanza della velocità della luce. Ma, in definitiva, se — dovendo accogliere tal dato — si tien ferma la relatività anzichè il carattere assoluto del tempo, è perchè la negazione di questo, ben considerata, non porta nulla che contrasti alla nostra capacità di comprendere: finchè almeno (come è il caso) l'indifferenza dell'ordine di contemporaneità, ha luogo solo per fenomeni che — tenuto conto del limite insuperabile alla propagazione delle azioni offerto dalla velocità della luce — non possono influire fisicamente l'uno sull'altro, sicchè non ne vengono toccate le nostre vedute sulla causa.

Ora la dottrina einsteiniana segna appunto il trionfo d'una più soddisfacente comprensione dei rapporti causali: il principio della contiguità dell'azione vince l'inesplicabile ipotesi dell'azione a distanza, che solo l'esperienza ha potuto farci momentaneamente accogliere e che — nonostante l'invito alla rassegnazione dei positivisti (¹) — non ha mai potuto soddisfare

riferimento qualsiasi. Ed aggiungeremo che questa costruzione riesce naturalmente prolungabile, mettendo capo al sistema completo della meccanica relativistica, (senza intervento di teorie elettro-magnetiche) ove s'introduca (al posto della legge d'inerzia) il postulato di Einstein, che le leggi della dinamica debbano avere carattere covariante rispetto ai diversi sistemi possibili di riferimento (osservazione di Levi-Civita).

(¹) Stallo (op. c., Cap. V), dopo avere ricordato che Newton stesso voleva spiegare la gravitazione riconducendola a pressioni

la ragione degli uomini; eccepito forse qualche zelante kantiano!

L'insegnamento che resulta da questo meraviglioso progresso scientifico non è dunque contrario ad un razionalismo ben inteso, ma solo a quella filosofia che — sotto pretesto d'esigenza razionale consacra soltanto l'abitudine mentale e le illusioni che essa reca seco.

Kant giustificava i giudizî a priori colla veduta che l'attività dello spirito, ordinatore dei dati sensibili, deve pure rispecchiarsi in una propria forma, che s'imponga necessariamente ad ogni sapere. E questa forma necessaria la trovava, non soltanto nei principî logici, bensì anche nelle intuizioni della geometria d'Euclide e della meccanica di Newton, dalle quali faceva scaturire, una volta per sempre, concetti ed assiomi regolativi della scienza.

Ma questo concepimento dell'attività spirituale costruttivo del sapere è assai limitato e meschino. A quel modo che nell'opera del poeta non è dato separare forma e contenuto, sicchè a nuovo contenuto rispondono nuove forme che l'artista trae dalla sua

ed urti, riferisce come — ciò nonostante — Huygens riteneva assurdo ricevere il principio dell'attrazione e Leibniz diceva che era fare appello ad un potere incorporale, inesplicabile. « Anche Giovanni Bernouilli denunziava all'Accademia di Parigi le supposizioni « rivoltanti per spiriti abituati a non ricevere in fisica che principî incontestabili e evidenti ». Infine, constata melanconicamente Stallo, neppur oggi i fisici si sono adattati, come vorrebbe Stuart Mill, al fatto di queste azioni a distanza; essi non si sono per nulla emancipati dall'idea di ridurre le forze ad azioni trasmettentisi per contatto!

fantasia; allo stesso modo, e più ancora, nell'evoluzione della scienza, l'inesausta attività spirituale costruisce pure nuove forme ad accogliere un più vasto ordine di dati, e ad esprimere una più ricca consapevolezza delle proprie leggi.

Così, finalmente, le esigenze della *ragione* si affermano e determinano — non già una volta per tutte in rapporto ad una vuota forma — ma *progressivamente, in funzione dell'esperienza*, come criterî interpretativi di questa. E se in esse può apparire qualcosa di costante, sono soltanto certe aspirazioni o tendenze, non rigidi principî.

45. **L'ordine gerarchico delle scienze e l'unità del sapere.** — Fra le aspirazioni profonde che la mente umana cerca di soddisfare nel progresso della scienza, emergono in primo luogo:

1) quella che mira a comprendere tutto il reale come una *unità*;

2) e quella che si esprime nella forma generale del principio di ragion sufficiente.

La descrizione che sopra abbiam fatto dei più recenti sviluppi scientifici non vale soltanto a rifiutare la dottrina specificamente kantiana dei giudizi sintetici a priori, sì anche la veduta di un ordine gerarchico delle scienze, quale si traduce — in una diversa accezione gnoseologica — nel sistema della classificazione delle scienze di Augusto Comte.

Già altra volta ci è occorso di esaminare il significato di questa classificazione, che proietta nella realtà

un certo ordine storico e psicologico delle astrazioni umane, rilevando come essa derivi dalla metafisica del materialismo e sancisca un concetto particolaristico della scienza (1).

Ne resulta l'idea che la realtà sia soltanto l'intreccio di serie causali indipendenti, sicchè la contingenza trova posto accanto a un determinismo diminuito, nella filosofia di uno Stuart Mill o di un Karl Pearson. E finalmente lo sviluppo di questo particolarismo sbocca nel pluralismo di William James (2).

Ma — mentre gli empiristi e i pragmatisti si affaticano a chiudere le teorie scientifiche nei cancelli dell'azione pratica, e in nome dell'utile tutte le avvalorano e le svalutano insieme, assolvendole dalle reciproche incompatibilità — la lotta fra i concetti, dichiarata inutile, si accende più forte nel travaglio degli scienziati pensatori; ed è lotta per l'*unificazione* del sapere.

L'ordine gerarchico della scienza voleva esprimere già, a suo modo, una veduta unificatrice; ma la solidarietà delle conoscenze resta pure in tal guisa incompiutamente affermata, poichè le conoscenze ge-

(1) « Il particolarismo e la classificazione delle scienze » in « Scienza e razionalismo » (Cap. V).

(2) Lo sviluppo ulteriore delle filosofie idealistiche testimonia, a nostro avviso, soltanto della esigenza dell'unità, senza soddisfarvi, perchè non può essere filosofia unificatrice del pensiero quella che arbitrariamente separa i campi della sua attività e — con comodi pretesti — rifiuta perfino di prender visione dei progressi della scienza.

nerali vengono poste come anteriori e indipendenti dalle particolari. E — i fenomeni essendo, per così dire, ricevuti in quadri diversi fra i quali si suppongono a priori certi rapporti — ne consegue una pressione unilaterale sul lavoro scientifico, che, per riuscire eventualmente d'accordo colla specializzazione degli istrumenti o dei metodi non tende meno a favorire certe direzioni di studio a detrimento di certe altre.

La vera *unità* del sapere, senza negare i limiti di possibilità pratica che importano una divisione del lavoro, esige che alla *libertà* della ricerca non si opponga alcun limite *teorico*, come quello che resulta dall'attribuire un valore filosofico alle distinzioni contingenti e provvisorie fra i rami dello scibile. In tal guisa dunque, non già i mezzi tecnici debbono segnare le direttive dei problemi, ma all'opposto ogni problema scientifico importante deve determinare (di volta in volta) speciali coordinazioni di mezzi tecnici e corrispondenti aggruppamenti di studiosi.

Queste idee sono state sostenute da noi, anche con battaglie, nel campo sociale delle istituzioni scientifiche e dell'ordinamento degli studi; e non abbiamo perduto la speranza che esse sieno per lasciare qualche seme fruttifero: nel qual caso ci terremo paghi delle amarezze che naturalmente accompagnano ogni combattimento per l'ideale.

Ma ritorniamo alla questione filosofica!

Qualunque aspetto della realtà, qualunque atto del pensiero con cui tendiamo a cogliere un certo ordine

di fenomeni, tende a prolungarsi in un sistema che mira virtualmente a comprendere l'intero universo; e da questo estendersi illimitato ha origine appunto la lotta dei sistemi, e la loro progressiva unificazione.

Il vero significato dell'esigenza razionale che si fa valere in tale progresso, non consiste per noi nell'affermarsi d'una particolare rappresentazione e quindi di un ordine naturale del sapere; all'opposto teniamo come legittime le diverse prospettive sulla realtà che traducono in diverse rappresentazioni lo stesso contenuto positivo. In ultima analisi l'unità del sapere postula dunque la possibilità di proseguire oltre ogni limite la serie degl'invarianti reali che esprime una condizione d'accordo dello spirito umano, traverso il libero sviluppo delle idee.

Questo è il postulato supremo della scienza e della vita che, di là dalle ebbrezze romantiche, pone un *ordine intelligibile della natura*, non come puro dato esteriore o come meta fissa da raggiungere, anzi come progresso infinito di cui percorre i gradi la nostra ragione.

46. **Il principio di ragione sufficiente.** — Ora nella lotta dei sistemi scientifici, e precisamente nella fase critica della loro evoluzione, quando un certo ordine di concetti appare inadeguato ad una estesa esperienza e la mente tenta di raccogliere i dati nuovi e gli antichi entro più larghi quadri concettuali, si fa valere quella esigenza suprema della nostra comprensibilità che viene espressa nel principio leibniziano della ragione sufficiente.

Abbiamo avuto occasione di esaminare altra volta questo principio ([1]), e sebbene dovremmo oggi allargare la visione del suo sviluppo storico, non abbiamo nulla da mutare alla conclusione che mira a definirne il significato: La ragion sufficiente non fornisce assiomi da cui possa dedursi a priori alcuna conoscenza scientifica (siccome da tanti si è preteso, ad esempio per la legge d'inerzia, fino al tentativo — non so se più celebre o infelice — di Schopenhauer!), ma porge solo *condizioni perchè una certa rappresentazione concettuale possa convenire a un certo ordine di dati*.

In questo senso si può dire che offre un criterio logico all'evoluzione delle teorie scientifiche. Un nuovo dato dell'esperienza non si adatta più al sistema secondo cui vorremmo interpretarlo: i concetti nuovi che occorre elaborare per comprendere la più larga realtà debbono essere rifiutati se ciò che è ritenuto come « sostituibile » nell'ordine fisico, non figuri come « eguale » in rapporto ai concetti rappresentativi, o se alla simmetria delle « cause » non risponda un'analoga simmetria degli « effetti » ecc.

Ma sono da fermare due punti:

1) il criterio della ragion sufficiente vale piuttosto come criterio negativo, limitante la scelta delle spiegazioni scientifiche, che come criterio positivo ([2]);

([1]) « Scienza e razionalismo » (II, 3).

([2]) Citerò un solo esempio. Kant ritiene che il principio della conservazione della materia nelle reazioni chimiche sia un giudizio a priori; i chimici invece si accordano nell'ammettere che codesto

2) in ogni caso esso non si traduce in una forma rigida, bensì — come sopra è detto — in certe tendenze dello spirito largamente adattabili alla realtà.

Da ciò che queste tendenze possono venir soddisfatte in diversa maniera e misura, la critica positivistica ha tratto finora un motivo per impoverire le intuizioni che accompagnano nel nostro concetto — cioè nell'interpretazione razionale — i rapporti di causa. Questo impoverimento si nota già nella analisi di David Hume, passando dal « Treatise of human nature » al saggio « An enquiry concerning human understanding » [1], poichè qui si lascia cadere la condizione di contiguità dell'azione causale. Pure Hume aveva distinto due aspetti della causalità (come relazione *naturale* e *filosofica*) rilevando il legame che l'idea della causa ha coll'idea dell'effetto. Ma i suoi interpreti (per esempio Stallo, citato nel § 37) menzionano la pretesa che i rapporti di successione della

principio sia basato sulle esperienze di Lavoisier. Non vi ha dubbio che la verità sia dalla parte dei chimici, e che i tentativi di Landolt e di Heydweiler per una verifica più esatta del principio sieno tutt'altro che privi di senso. Perchè la ragione può bensì indurci a cercare nella trasformazione chimica qualcosa di costante, ma non dirci che questo « qualcosa » si traduce precisamente in certe misure, p. es. di peso. Ed è degno di nota che, secondo le dottrine più recenti dell'atomo (Rutherford, Bohr) il peso del composto non sarebbe più esattamente la somma dei pesi componenti, specie nelle trasmutazioni atomiche: nelle quali si troverebbe pure alcunchè di costante, cioè il numero degli elettroni o l'energia debitamente valutata.

(1) Edizioni di Green e Grose, Londra, 1898. Cfr. in ispecie: « Treatise », vol. I, pg. 463-64; « Essays », vol. II, pg. 63.

generazione dei concetti sieno rapporti di successione delle cose, soltanto per denunziarne la vanità. Ora, quando si è condannata l'antica veduta realistica per cui i rapporti razionali sono obiettivati come enti fuori di noi, non per ciò perde valore il postulato di comprensibilità, per cui cerchiamo di rispecchiare — quanto più è possibile — le circostanze della successione reale col rapporto dei concetti. Anche se tale postulato non ha il significato assoluto che gli conferiva Kant, la sua importanza è suscettibile di apparire nella soddisfazione subiettiva del pensiero scientifico e nel successo più largo che la scienza è capace di conseguire come istrumento di previsione: allo stesso modo che un istrumento manuale tanto più rende, quanto più sia adattato, non solo alle cose da lavorare, sì anche alla mano che lavora.

Queste vedute sono state già esposte da noi nel cap. III dei « Problemi della Scienza »; la nostra analisi della causa illustra in ispecie il diverso significato psicologico delle spiegazioni in cui diciamo soltanto « come » si produca il fenomeno, in confronto a quelle in cui vogliamo spiegarne il « perchè », ed è facile riconoscere dove essa si accordi e dove differisca da altre analisi dominate esclusivamente da criterî logico-matematici (in verità un po' aridi) di cui offre esempio la recente critica di Bertrand Russell (1).

Per noi (senza detrarre alla veduta di Mach

(1) « On the notion of cause » (Scientia, 1913). Cfr. G. Scorza: « Periodico di Matematiche », gennaio, 1921.

dell'interdipendenza dei fenomeni) l'idea di causa non perde certo del suo valore perchè in essa si debba riconoscere soltanto un'idea limite o se si vuole una esigenza di comprensibilità della nostra ragione. Abbiamo già detto perchè siffatte esigenze razionali — pur avendo un significato relativo — non sono da ritenere soltanto come idoli da distruggere. Anche quando si attengono ad abitudini di pensiero che reclamano di spiegare il più noto col meno noto e di far capo ai fenomeni più familiari, esse esprimono sempre un'aspirazione legittima. Ma non si può assumere senz'altro che *tutte* le esigenze della ragione si riducano soltanto ad abitudini, che possano venire similmente superate. Perchè, qualunque sia la parte dello sviluppo degli organi di pensiero che si lascia spiegare epigeneticamente, come formazione dell'ambiente, resta certo un limite preformato nella struttura di tali organi e nelle leggi fisiche che ne governano la funzione.

Però, senza addentrarci nell'esame di questo dibattuto problema biologico, possiamo ad ogni modo concludere che le nostre rappresentazioni scientifiche debbono recare il suggello dell'attività spirituale. Ripetiamo che il progresso della scienza consiste appunto in un migliore accordo del pensiero colla realtà, e quindi in un duplice adattamento: del pensiero al dato dell'esperienza, e dell'esperienza alle forme del pensiero.

La ricerca d'invarianti sempre più comprensivi, la domanda di dar ragione di qualsiasi concordanza

anche puramente di numeri (1), il determinismo univoco più stretto e completo (da cui dipendono le note condizioni di simmetria e di massimo e minimo della fisica-matematica), il realismo critico (2) che afferma l'indifferenza delle leggi della natura rispetto a qualsiasi sistema di riferimento e quindi il carattere covariante delle leggi rispetto ai diversi sistemi; queste ed altre condizioni dello sviluppo scientifico, si rivelano in un significato più proprio a chi esamini criticamente i recenti progressi della scienza. Mentre i logici impoverivano colle loro analisi il vecchio concetto di causa, il genio di Einstein vi scopriva un contenuto più plastico, ma insieme più ricco!

(1) Si pensi al posto che tiene nella dottrina di Einstein l'uguaglianza della massa d'inerzia e della massa gravitazionale!

(2) Convien dirlo a certi interpreti idealisti: è proprio questo, e non l'idealismo, il significato filosofico della teoria di Einstein!

INDICI

INDICE DEI NOMI

INDICE


BIBLIOTECA della FACOLTÀ di LETTERE e FILOSOFIA
TORINO

Finito di stampare
il giorno 5 Giugno 1922
nella Cooperativa Tipografica Azzoguidi
in Bologna